3e JAARGANG
NUMMER 11

DE INGENIEUR IN NEDERLANDSCH-INDIË

NOVEMBER
1936

VI. WATERBOUWKUNDE.

INHOUD: Beschouwingen over een 9-tal formules van den vorm $U = f(\eta, R, i)$ voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke waterloopen, door ir. J. P. der Weduwen.

Beschouwingen over een 9-tal formules van den vorm $U = f(\eta, R, i)$ voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke waterloopen

door

ir. J. P. DER WEDUWEN,

ingenieur bij 's Lands Waterstaat ter besch. v/d Prov. West-Java te Batavia-C.

Résumé. Etude comparative de neuf formules de la forme $U = f(\eta, R, i)$ pour calculer des cours d'eau artificiels et naturels.

Les formules de Gauckler-Manning, Forchheimer, Beyerhaus, de Chézy, Steevensz, Kutter, Ganguillet-Kutter, Bazin et Harder. La quantité i doit être définiée comme la pente du plan de charge. Le rapport entre les coëfficiënts d'unl et de rugosité des formules. Dérivation des formules d'approximation vers la formule $U = C_1 \cdot R^x \cdot i^{\frac{1}{2}}$, dans laquelle $C_1 = C$ pour $R = 1$ m, pour les formules de Kutter, Ganguillet-Kutter, Bazin et Harder et examen des lois comprises dans les formules; l'irrégularité de la formule de Ganguillet-Kutter pour les grandes valeurs de R. Aperçu historique, y compris la formule de Darcy. Examen de la validité générale des formules.

Discussion de la formule de Gauckler-Manning; les formules de Gauckler-Manning et Bazin comparées aux résultats des expériences de Scobey. Discussion des formules de Steevensz et Bazin. Le caractère peu sûr des expériences exécutées dans le Mississippi par Humphreys et Abbot. Discussion des formules de Kutter et Ganguillet-Kutter; dérivation des exposants momentanes dans la formule de Ganguillet-Kutter. Discussion des formules de Beyerhaus et Harder.

Les neuf formules vérifiées au moyen de 345 expériences. Conclusion.

Inleiding.

Voor het berekenen van kunstmatige en natuurlijke waterloopen zijn sinds de 2de helft van de 18de eeuw door een groot aantal onderzoekers formules opgesteld, welke niet alleen zeer ver uiteenloopen wat hun structuur betreft, doch waarbij ook de grootheden, waaruit die formules zijn opgebouwd, een groote verscheidenheid vertoonen. Tot de belangrijkste en meest gebruikte formules moeten worden gerekend die, welke op meer of minder eenvoudige wijze een verband leggen tusschen de volgende 4 grootheden:

1e. de gemiddelde stroomsnelheid U in m/sec, d.i. het quotient van het debiet Q in m^3/sec en het oppervlak van het doorstroomingsprofiel F in m^2;

2e. de hydraulische straal R in m, d.i. het quotient van het oppervlak F in m^2 en den natten omtrek van het doorstroomingsprofiel O in m;

3e. het waterspiegelverhang i of meer in het algemeen het verhang van de energielijn;

4e. de snelheidscoëfficiënt η, waarvan de getalwaarde afhankelijk is van de geaardheid van bodem en wanden; zij komt onder 2 benamingen voor, n.l. als ruwheidscoëfficiënt, indien de getalwaarde toeneemt en als gladheidscoëfficiënt, indien die waarde afneemt bij toenemende ruwheid van bodem en wanden (zie de publicatie van ir. C. G. J. Vreedenburgh in *De Waterstaats-Ingenieur*, No. 9 — 1924).

Deze formules, welke in het algemeen worden geschreven in den vorm $U = f(\eta, R, i)$, kunnen in een drietal groepen worden verdeeld.

A. De exponentieele formules.

Deze groep wordt gevormd door de formules van de gedaante

$$U = K \cdot R^p \cdot i^q,$$

waarin de correctieco ëff. K recht-evenredig is met den gladheidscoëff. of omgekeerd-evenredig met den ruwheidscoëff. en de exponenten p en q constante getallen zijn. Tot deze groep behooren o.m.:

a. de formule van Gauckler-Manning
$$U = K \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2},$$

b. de formule van Forchheimer
$$U = K \cdot R^{0,70} \cdot i^{1/2},$$

c. de formule van Beyerhaus
$$U = K \cdot R^{0,70} \cdot i^{0,46},$$

d. de oorspronkelijke formule van de Chézy
$$U = K \cdot R^{1/2} \cdot i^{1/2}.$$

B. De semi-exponentieele formules.

Deze groep omvat de formules van de gedaante $U = K \cdot R^p \cdot i^\beta$, $U = K \cdot R^2 \cdot i^q$ en $U = K \cdot R^2 \cdot i^\beta$, waarin de correctiecoëff. K en de exponenten p en q dezelfde beteekenis hebben als bij de voorgaande groep, terwijl de exponenten α en β elk een functie zijn van één der grootheden R, i en η. Tot deze groep behoort o.m.:

e. de formule van Steevensz

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{16 \cdot \alpha + 0{,}49} \cdot i^{1/2},$$

C. De niet-exponentieele formules.

Hiertoe moeten worden gerekend de formules niet behoorende tot een der beide bovengenoemde groepen.

Van deze groep maken o.m. deel uit de formules, welke de formule van de Chézy tot grondslag hebben, doch hiervan in zooverre afwijken, dat de correctiecoëff. een functie is van η en R, η en i of η, R en i, zooals:

f. de formule van Kutter

$$U = \frac{100}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

g. de formule van Ganguillet-Kutter:

$$U = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

h. de formule van Bazin:

$$U = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

i. de formule van Harder:

$$U = (c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}) \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

in welke formules de coëff. η wordt uitgedrukt door resp. b, n, γ en c.

Verder maken van deze groep deel uit de formules, welke in zooverre van de onder groep B gedefinieerde afwijken, dat de correctiecoëff. K niet meer rechtevenredig of omgekeerd-evenredig is met den snelheidscoëff. η, doch meer in het algemeen een functie daarvan, en ten minste één der exponenten α en β een functie is van twee der grootheden η, R en i of van alle drie. Hiertoe moeten worden gerekend de benaderingsformules der onder f, g, h en i genoemde formules:

voor de formule van Kutter:

$$U = \frac{100}{1 + b} \cdot R^{\frac{2 \cdot b + R^{1/2}}{2 \cdot (b + R^{1/2})}} \cdot i^{1/2},$$

voor de formule van Ganguillet-Kutter:

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2 \cdot \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) + R^{1/2}}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n + R^{1/2}\right\}}} \cdot i^{1/2},$$

voor de formule van Bazin:

$$U = \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{\frac{2 \cdot \gamma + R^{1/2}}{2 \cdot (\gamma + R^{1/2})}} \cdot i^{1/2},$$

voor de formule van Harder:

$$U = (c + 7{,}254) \cdot R^{\frac{0{,}2757 \cdot c + 4 \cdot R^{1/2}}{2 \cdot (0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/2})}} \cdot i^{1/2}.$$

(Op de afleiding en beteekenis van deze benaderingsformules zal nog nader worden teruggekomen).

Met bovenstaande indeeling in groepen valt samen een indeeling naar de wijze, waarop het verband tusschen de grootheden U, R, i en η grafisch kan worden voorgesteld.

Dit verband kan voor de exponentieele formules (groep A) worden weergegeven door een eenvoudig, rechtlijnig nomogram met evenwijdige schaaldragers.

Voor de semi-exponentieele formules (groep B) kan dit verband worden uitgebeeld door middel van een eveneens rechtlijnig nomogram, doch bestaande uit een aantal verticale schaaldragers en leeslijnen en één of twee horizontale schaaldragers, afhankelijk van het voorkomen van één of twee exponenten, elk als functie van één der grootheden R, i of η. De schaaldragers van deze exponenten α en β staan nu loodrecht op die van de grootheden R resp. i en wel in de punten $R = 1$ resp. $i = 1$. Bovendien zijn behalve de onderling evenwijdige schaaldragers van R en i nog hieraan evenwijdig loopende leeslijnen voor R^α en i^β noodig.

Voor de niet-exponentieele formules (groep C) kan dit verband niet door een rechtlijnig nomogram worden voorgesteld. De formules van Kutter, Bazin en Harder zijn echter wel grafisch weer te geven door een nomogram met één of twee gebogen schaaldragers (Van de formule van Bazin komt een afbeelding voor in „Hydraulik" van Ph. Forchheimer, 3de druk blz. 148).

De onder a t/m i genoemde formules zijn nu nader onderzocht en getoetst aan de uitkomsten van een 345-tal metingen verricht in een groot aantal kunstmatige en natuurlijke waterloopen, omvattende het geheele gebied, gelegen tusschen aquaducten met zeer gladde en rivieren met zeer onregelmatige wanden.

Het verhang.

Het verhang i wordt in den regel gedefinieerd als het verhang van den waterspiegel. Dit is slechts in zooverre juist, indien in de beschouwde strekking van den waterloop de waterbeweging eenparig is; treedt in die strekking een versnelling of vertraging van de waterbeweging op, dan is dit niet meer het geval.

Zijn F_1 en F_2 resp. het oppervlak van het doorstroomingsprofiel aan de boven- en benedenstroomsche zijde van de beschouwde strekking, dan zal, indien daarin een versnelling of vertraging van de waterbeweging plaats heeft, het tusschen de doorsneden *1* en *2* opgemeten verval vermeerderd moeten worden met:

$$z = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \cdot g} = \frac{Q^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2} \right)$$

om bij benadering het verhang te kunnen vaststellen, dat noodig is voor het behoud van de gemiddelde snelheid in doorsnede *1*.

Het verhang, dat in rekening moet worden gebracht, is derhalve niet het gemiddelde verhang van den waterspiegel, doch het verhang van de energielijn (in den vervolge „waterspiegelverhang" resp. „maatgevend verhang" genoemd).

Het was E. Beyerhaus, die in zijn artikel: „Geschwindigkeitsformeln für Wasserläufe und massgebendes Gefälle, Mängel der Ganguillet-Kutterschen Formel und Darlegung eines geeigneten Ersatzes", verschenen in *Der Bauingenieur* Jrg. 1921 Nos. 18 en 19, hierop de aandacht vestigde en de twijfel uitsprak of hiermede wel voldoende rekening is gehouden bij het verrichten van metingen in natuurlijke waterloopen.

Uit het bovenstaande volgt, dat bij versnelling resp. vertraging van de waterbeweging het maatgevend verhang kleiner resp. grooter zal zijn dan het waterspiegelverhang, d. w. z. de verhouding $\frac{\text{maatgevend verhang}}{\text{waterspiegelverhang}}$ is in het eerste geval kleiner dan 1 en in het tweede geval grooter dan 1.

Is nu het waterspiegelverhang $= w$ en de afwijking van het maatgevend verhang t.o.v. het waterspiegelverhang:

$$z' = \frac{\frac{Q^2}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{1}{F_1^2} - \frac{1}{F_2^2} \right)}{L},$$

waarin L = de lengte van de beschouwde strekking, dan stellen $w - z'$ en $w + z'$ het maatgevend verhang voor bij de versnelde resp. vertragde waterbeweging. De werkelijke waarde van i in de formule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$ is derhalve in het eerste geval $\frac{w - z'}{w}$ en in het tweede geval $\frac{w + z'}{w}$ maal zoo groot als het waterspiegelverhang, zoodat de werkelijke waarde van den coëff. C zal moeten zijn $C \cdot \sqrt{\frac{w}{w - z'}}$, indien de waterbeweging versneld en $C \cdot \sqrt{\frac{w}{w + z'}}$, indien zij vertraagd is.

Nu is:

$$C \cdot \sqrt{\frac{w}{w - z'}} - C > C - C \cdot \sqrt{\frac{w}{w + z'}}$$

immers in het algemeen is voor waarden van $a < 1$

$$\sqrt{\frac{1}{1 - a}} - 1 > 1 - \sqrt{\frac{1}{1 + a}}$$

waaruit volgt, dat de fout gemaakt bij verwaarloozing van de snelheidshoogte bij de versnelde waterbeweging grooter is dan bij de vertraagde.

Het verschil tusschen het waterspiegelverhang en het maatgevend verhang zal in verhouding grooter zijn, naarmate:

1e. het waterspiegelverhang kleiner,
2e. de gemiddelde snelheid grooter is.

In het algemeen is bij groote waterdiepte, dus groote R, het waterspiegelverhang klein en de gemiddelde snelheid groot, zoodat in dit geval het in rekening brengen van het waterspiegelverhang i.p.v. het maatgevend verhang aanleiding kan geven tot zeer belangrijke fouten.

In 1861 verscheen van de onderzoekers A. A. Humphreys en H. L. Abbot een publicatie: „Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi River", waarin de uitkomsten werden medegedeeld van een tiental door de schrijvers in het jaar 1851 verrichte metingen in de Mississippi bij Carrollton, Columbus en Vicksburg (zie het hfdst.: „Critiek op de metingen van Humphreys en Abbot in de Mississippi"). Uit een der metingen bij laatstgenoemde plaats werd gevonden: $U = 1{,}93$ m/sec, $R = 17{,}48$ m en $i = 0{,}0000481$. De gemiddelde snelheid en het waterspiegelverhang werden gemeten in een rivierstrekking van bepaalde lengte, terwijl de waarde van R werd gevonden als gemiddelde van een aantal in die strekking opgemeten dwarsprofielen.

Stel nu, dat deze strekking een lengte had van b.v. 2 000 m en dat het oppervlak van het doorstroomingsprofiel geleidelijk toenam, zoodanig dat het aan de benedenstroomsche zijde 10% grooter was dan aan de bovenstroomsche. Dan moet de gemiddelde snelheid bij de intrede in die strekking hebben bedragen $1{,}05 \cdot 1{,}93 = 2{,}027$ m/sec en bij de uittrede $0{,}95 \cdot 1{,}93 = 1{,}834$ m/sec. Het maatgevend verhang behoorende bij de snelheid van 2,027 m/sec zou dan zijn geweest:

$$0{,}000\,0481 + \frac{2{,}027^2 - 1{,}834^2}{2000 \cdot 2 \cdot g} = 0{,}000\,0481 +$$
$$+ 0{,}000\,0190 = 0{,}000\,0671.$$

Wordt nu nog aangenomen, dat aan de bovenstroomsche zijde, waar $F = 0{,}95 \cdot F_{gem}$, $R = \sqrt{0{,}95} \cdot R_{gem} = 17{,}03$ m, dan zou voor den coëff. C in de formule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$ zijn gevonden:

$$C = \frac{2{,}027}{\sqrt{17{,}03 \cdot 0{,}000\,0671}} = 59{,}9$$

i.p.v.

$$C = \frac{1{,}93}{\sqrt{17{,}48 \cdot 0{,}000\,0481}} = 66{,}2.$$

Had in plaats van de hierboven veronderstelde vertraagde waterbeweging een versnelde plaats gehad, dan zou het maatgevend verhang zijn geweest:

$$0{,}000\,0481 - 0{,}000\,0190 = 0{,}000\,0291$$

waaruit dan volgt voor den coëff. C:

$$C = \frac{1{,}834}{\sqrt{17{,}92 \cdot 0{,}000\,0291}} = 80{,}3.$$

Een nog sprekender voorbeeld is het volgende, eveneens voorkomende in bovengenoemd rapport.

Bij Carrollton werd gemeten: $U = 1{,}23$ m/sec, $R = 22{,}41$ m en het zeer geringe verhang $i = 0{,}0000034$. Onder dezelfde omstandigheden als golden voor het voorgaande geval, zou aan de bovenstroomsche zijde van de beschouwde rivierstrekking een gemiddelde snelheid zijn opgetreden van 1,292 m/sec en aan de benedenstroomsche zijde van 1,169 m/sec. Het maatgevend verhang zou dan zijn geweest:

$$0{,}000\,0034 + \frac{1{,}292^2 - 1{,}169^2}{2\,000 \cdot 2 \cdot g} = 0{,}000\,0111$$

d.w.z. het maatgevend verhang is ruim 3 maal zoo groot als het opgemeten waterspiegelverhang. Voor den coëff. C zou nu zijn gevonden:

$$C = \frac{1{,}292}{\sqrt{21{,}84 \cdot 0{,}000\,0111}} = 83{,}0$$

i.p.v.

$$C = \frac{1{,}23}{\sqrt{22{,}41 \cdot 0{,}000\,0034}} = 140{,}4.$$

Uit de op de Mississippi verrichte metingen werd de conclusie getrokken, dat bij groote waterdiepte, vooral indien dit samengaat met een gering waterspiegelverhang, de invloed van het verhang op de gemiddelde snelheid slechts gering is, zoodat de exponent van i in de formule $U = K \cdot R^{\alpha} \cdot i^{\beta}$ bij toenemende waterdiepte zou afnemen. Van de 9 genoemde formules is die van Ganguillet-Kutter de eenige, waarin deze conclusie tot uitdrukking komt, zooals nader zal worden aangetoond.

Het verrichten van metingen in een bepaalde strekking van een natuurlijken waterloop zal op de volgende wijze moeten plaats hebben.

In een aantal op niet te grooten afstand van elkaar gelegen dwarsprofielen worden zoodanige metingen verricht, dat daaruit de grootheden F en R kunnen worden berekend. Tevens wordt nu voor elk dezer profielen de daarin optredende gemiddelde snelheid zoo nauwkeurig mogelijk bepaald, zoodat eventueel met behulp van de methode der Kleinste Vierkanten de meest waarschijnlijke waarde van het debiet kan worden becijferd. Tegelijkertijd wordt in elk dezer profielen en zoo noodig nog in enkele profielen boven- en benedenstrooms van de onderzochte strekking, het peil van den waterspiegel nauwkeurig opgemeten. Met behulp van de op deze wijze verkregen gegevens kan de energielijn worden geconstrueerd; het maatgevend verhang in een bepaalde doorsnede wordt dan althans bij kleine verhangen uitgedrukt door den sinus van den hoek, welke de raaklijn aan de energielijn in die doorsnede maakt met den horizontaal.

De coëfficiënt η en de coëfficiënt van de Chézy.

In de 9 in de inleiding genoemde formules wordt de snelheidscoëfficiënt η uitgedrukt als in de laatste kolom van onderstaanden *staat* aangegeven is.

a.	Gauckler-Manning	$U = K \cdot R^{2/3} \cdot i^{1/2}$	K_G	gladh. coëff.
b.	Forchheimer	$U = K \cdot R^{0{,}70} \cdot i^{1/2}$	K_F	gladh. coëff.
c.	Beyerhaus	$U = K \cdot R^{0{,}70} \cdot i^{0{,}46}$	K_B	gladh. coëff.
d.	de Chézy	$U = K \cdot R^{1/2} \cdot i^{1/2}$	K_C	gladh. coëff.
e.	Steevensz	$U = \frac{1}{n} \cdot R^{10 \cdot n + 0{,}49} \cdot i^{1/2}$	n_S	ruwh. coëff.
f.	Kutter	$U = \frac{100}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$	b	ruwh. coëff.
g.	Ganguillet-Kutter	$U = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$	n_G	ruwh. coëff.
h.	Bazin	$U = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$	γ	ruwh. coëff.
i.	Harder	$U = (c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}) \cdot \sqrt{R \cdot i}$	c	gladh. coëff.

Om nu een onderling verband te kunnen zoeken tusschen de coëfficiënten η zijn de bovengenoemde formules herleid tot den vorm $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$, waarin de correctiecoëff. C, als gevolg van de overeenkomst tusschen deze formule en de oorspronkelijke formule van de Chézy, in den vervolge de coëfficiënt van de Chézy zal worden genoemd. Deze coëfficiënten zijn nu:

Staat I.

	Formule van:	Coëfficiënt van de Chézy
a.	Gauckler-Manning	$C = K_G \cdot R^{1/6}$
b.	Forchheimer	$C = K_F \cdot R^{0,20}$
c.	Beyerhaus	$C = K_B \cdot R^{0,20} \cdot i^{-0,04}$
d.	de Chézy	$C = K_{Ch}$
e.	Steevensz	$C = \frac{1}{n_S} \cdot R^{10 \cdot n_S - 0,01}$
f	Kutter	$C = \frac{100}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}}$
g.	Ganguillet-Kutter	$C = \frac{23 + \frac{1}{n_G} + \frac{0,00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{i}\right) \frac{n_G}{\sqrt{R}}}$
h.	Bazin	$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$
i.	Harder	$C = c + 7,254 \cdot \sqrt{R}$

De coëff. C komt derhalve voor:

1e) als $f(\eta)$ in de oorspronkelijke formule van de Chézy;

2e) als $f(\eta, R)$ in de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Steevensz, Kutter, Bazin en Harder; en

3e) als $f(\eta, R, i)$ in de formules van Beyerhaus en Ganguillet-Kutter.

De omstandigheid, dat de coëfficiënten C in deze formules voorkomen als functies van één of meer onafhankelijk veranderlijken, leidt tot de conclusie, dat het niet mogelijk is tusschen deze coëfficiënten een verband te leggen onafhankelijk van de grootheden R en i.

Nu behoort bij één bepaalde waarde van U, R en i slechts één waarde van C. Stelt men nu de coëfficiënten C aan elkaar gelijk, dan blijkt onmiddellijk, dat het eveneens onmogelijk is een verband te leggen tusschen de coëfficiënten η onafhankelijk van R en i.

Hieruit kan worden afgeleid, dat een indeeling van de geaardheid van bodem en wanden in categorieën naar graden van ruwheid, welke voor alle formules dezelfde gevallen omvatten, niet mogelijk is. De oorzaak hiervan moet worden gezocht in de omstandigheid, dat van het begrip „graad van ruwheid" geen definitie kan worden gegeven; met de exacte omschrijving van dit begrip zou de belangrijkste stap gedaan zijn voor het verkrijgen van de juiste formule voor de berekening van leidingen en waterloopen.

Om nu toch eenigszins een indruk te krijgen van de onderlinge verhouding der snelheidscoëfficiënten in de verschillende formules, zullen in de eerste plaats voor een bepaalde waarde van R de coëfficiënten C aan elkaar gelijk gesteld moeten worden. Waar hier te lande voor het gebruik van deze formule de irrigatiepractijk overheerscht, ligt het voor de hand, de keuze van R hiernaar te richten. In verband hiermede kan $R = 1$ m worden beschouwd als een goede gemiddelde waarde. Deze keuze heeft bovendien nog het groote voordeel, dat juist bij deze waarde van R een eenvoudig verband tusschen de coëfficiënten η onderling ontstaat:

$$K_G = K_F = K_B \cdot i^{0,04} = K_{Ch} = \frac{1}{n_S} =$$

$$= \frac{100}{1 + b} = \frac{1}{n_G} = \frac{87}{1 + \gamma} = c + 7,254.$$

(Voor een meer gedetailleerd verband tusschen de ruwheidscoëfficiënten van Bazin en Ganguillet-Kutter eenerzijds en de gladheidscoëfficiënten van Strickler (= Gauckler-Manning) anderzijds, moge worden verwezen naar de publicatie van ir. G. Meesters: „De snelheidscoëfficiënt in de formules van Bazin, Strickler en Ganguillet-Kutter voor de berekening van open leidingen", verschenen in dit tijdschrift, No. 4 — 1934).

Bazin stelde voor zijn formule naar den graad van ruwheid een zestal categorieën vast:

Cat.	Omschrijving:	
I	Zeer gladde wanden (cement, geschaafd hout, beton)	$\gamma = 0,06$
II	Gladde wanden (planken, hardsteen, baksteen)	$\gamma = 0,16$
III	Weinig gladde wanden (breuksteenmetselwerk)	$\gamma = 0,46$
IV	Zeer regelmatige aarden wanden	$\gamma = 0,85$
V	Weinig regelmatige aarden wanden	$\gamma = 1,30$
VI	Zeer onregelmatige aarden wanden	$\gamma = 1,75$

Deze indeeling is nu ook bij de andere formules gevolgd. Met behulp van het hierboven afgeleide verband tusschen de coëfficiënten η voor $R = 1$ m en bovenstaande γ-waarden, zijn de overeenkomstige waarden der ruwheids- en gladheidscoëfficiënten berekend:

$R = 1$ m **Staat II**

Cat.	γ	K_G	K_F	K_B $i = 0{,}005000$	K_B $i = 0{,}000300$	K_B $i = 0{,}000050$	K_{Ch}	n_S	b	n_G *)	c
I	0,06	82,08	82,08	66,41	59,35	55,24	82,08	0,0122	0,218	0,0122	74,82
II	0,16	75,00	75,00	60,68	54,23	50,47	75,00	0,0133	0,333	0,0133	67,75
III	0,46	59,59	59,59	48,21	43,09	40,10	59,59	0,0168	0,678	0,0168	52,34
IV	0,85	47,03	47,03	38,05	34,01	31,65	47,03	0,0213	1,126	0,0213	39,77
V	1,30	37,83	37,83	30,61	27,35	25,46	37,83	0,0264	1,643	0,0264	30,57
VI	1,75	31,64	31,64	25,60	22,88	21,29	31,64	0,0316	2,161	0,0316	24,38

*) voor alle waarden van i.

De in dezen *staat* gegeven cijfers zijn te beschouwen als de ruwheids- c.q. gladheidscoëfficiënten voor de genoemde categorieën, waarbij voor K_B kunnen gelden de cijfers gevonden bij $i = 0{,}000\,300$, welk verhang in de irrigatiepractijk wel als gemiddelde mag worden aangenomen.

Tusschen deze categorieën zijn de grenswaarden, welke uiteraard niet scherp kunnen worden aangegeven, gesteld op het gemiddelde van 2 opvolgende waarden van γ, derhalve:

grens	I—II	$\gamma = 0{,}11$
„	II—III	$\gamma = 0{,}31$
„	III—IV	$\gamma = 0{,}655$
„	IV—V	$\gamma = 1{,}075$
„	V—VI	$\gamma = 1{,}525$

In den volgenden *staat* zijn nu, eveneens voor $R = 1$ m, de overeenkomstige waarden der coëfficiënten η berekend, welke cijfers, evenals die in den voorgaanden *staat*, slechts een betrekkelijke waarde bezitten:

R = 1 m **Staat III**

Grens	γ	K_G	K_F	K_B $i = 0{,}005000$	K_B $i = 0{,}000300$	K_B $i = 0{,}000050$	K_{Ch}	n_S	b	n_G *)	c
I – II	0,11	78,38	78,38	63,41	56,66	52,74	78,38	0,0128	0,276	0,0128	71,13
II – III	0,31	66,41	66,41	53,72	48,73	44,69	66,41	0,0151	0,506	0,0151	59,16
III – IV	0,655	52,57	52,57	42,53	38,00	35,37	52,57	0,0190	0,903	0,0190	45,32
IV – V	1,075	41,93	41,93	33,92	30,31	28,21	41,93	0,0238	1,385	0,0238	34,68
V – VI	1,525	34,46	34,46	27,88	24,91	23,19	34,46	0,0290	1,902	0,0290	27,21

*) voor alle waarden van i.

In een achttal grafieken zijn voor de waarden van R tusschen 0,1 en 10 m de bovengenoemde grenswaarden van γ als functie van R en telkens een der coëfficiënten η uitgezet, en tevens de cijferwaarden van deze coëfficiënten uit bovenstaanden *staat*, deze laatste als verticalen. Uitgaande van:

$$\frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = C \text{ of } \gamma = \frac{87 - C}{C} \cdot R^{1/2}$$

stellen deze grafieken achtereenvolgens voor:

$$\gamma = \frac{87 \cdot R^{1/2}}{K_G} - R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 1)}$$

$$\gamma = \frac{87 \cdot R^{1/2}}{K_F} - R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 2)}$$

$$\gamma = \frac{62{,}90 \cdot R^{1/2}}{K_B} - R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 3)}$$

$$\gamma = \frac{87 - K_{Ch}}{K_{Ch}} \cdot R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 4)}$$

$$\gamma = \frac{87 \cdot n_S}{10 \cdot n_S - 0{,}01} - R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 5)}$$

$$\gamma = \frac{87 \cdot b - 13 \cdot R^{1/2}}{100} \quad \text{..... (fig. 6)}$$

$$\gamma = \frac{87 \cdot n_G \cdot (R^{1/2} + A \cdot n_G)}{1 + A \cdot n_G} - R^{1/2} \quad \text{... (fig. 7)}$$

waarin $A = 23 + \frac{0{,}00155}{i}$, en

$$\gamma = \frac{87}{c + 7{,}254 \cdot R^{1/2}} - R^{1/2} \quad \text{..... (fig. 8)}$$

Wat de grafiek $\gamma = f(K_B, R)$ betreft (*fig. 3*), moet worden opgemerkt, dat deze is geteekend voor $i = 0{,}000\,300$. Voor alle andere waarden van i blijft de grafiek geheel conform, alleen met dit verschil, dat de op de horizontale as uitgezette waarden van K_B moeten worden vermenigvuldigd met den factor $\left(\frac{i}{0{,}000\,300}\right)^{0{,}04}$.

Uit de grafiek Bazin-Gauckler-Manning (*fig. 1*) blijkt nu b.v., dat voor $R = 2{,}00$ m en $K_G = 47{,}50$ de ruwheidsgraad van den onderzochten waterloop zoowel volgens Bazin als volgens Gauckler-Manning behoort tot categorie IV, daarentegen voor $R = 0{,}30$ m en $K_G = 31{,}50$ volgens Bazin tot categorie V en volgens Gauckler-Manning tot categorie VI.

Voor de verschillende categorieën is nu nog de verhouding tusschen de C-waarden bij $R = 0{,}2$, $0{,}5$, 2, 5 en 10 m en de C-waarde bij $R = 1$ m berekend. Worden deze verhoudingsgetallen vermenigvuldigd met $\sqrt{R}$, dan ontstaat de verhouding tusschen de gemiddelde snelheden bij de 5 bovengenoemde waarden van R en de gemiddelde snelheid bij $R = 1$ m, indien i constant blijft. Immers zijn U_1 en C_1 de bij $R = 1$ m gevonden waarden van de gemiddelde snelheid en den coëff. van de Chézy, dan is:

$$\frac{U}{U_1} = \frac{C}{C_1} \cdot \sqrt{R}$$

Staat IV

Categorie	R	Gauckler-Manning	Forchheimer	Beyerhaus	de Chézy	Steevensz	Kutter	Ganguillet-Kutter $i = 0{,}005000$	Ganguillet-Kutter $i = 0{,}000100$	Ganguillet-Kutter $i = 0{,}000010$	Bazin	Harder
I	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,37	0,37	0,35	0,34	0,30	0,42	0,43
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,65	0,66	0,65	0,64	0,61	0,69	0,69
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,53	1,49	1,51	1,53	1,60	1,44	1,47
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,14	2,68	2,48	2,55	2,61	2,86	2,31	2,48
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	4,09	3,60	3,73	3,83	4,34	3,30	3,77
II	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,37	0,34	0,35	0,34	0,30	0,38	0,42
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,65	0,64	0,64	0,64	0,60	0,67	0,69
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,54	1,53	1,52	1,54	1,61	1,47	1,47
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,24	2,73	2,60	2,57	2,63	2,91	2,42	2,50
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	4,20	3,81	3,77	3,89	4,43	3,49	3,82
III	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,35	0,30	0,33	0,32	0,28	0,32	0,42
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,63	0,61	0,63	0,62	0,59	0,63	0,68
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,58	1,60	1,54	1,56	1,64	1,56	1,49
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,24	2,89	2,88	2,65	2,72	3,03	2,71	2,57
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	4,55	4,37	3,92	4,05	4,69	4,03	3,99
IV	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,32	0,27	0,32	0,31	0,27	0,29	0,41
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,61	0,58	0,62	0,61	0,58	0,59	0,68
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,63	1,67	1,57	1,59	1,68	1,64	1,51
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,24	3,10	3,16	2,74	2,82	3,18	3,00	2,66
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	5,05	4,96	4,09	4,25	4,99	4,70	4,22
V	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,30	0,25	0,30	0,29	0,26	0,26	0,40
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,59	0,56	0,61	0,60	0,57	0,57	0,67
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,69	1,73	1,59	1,62	1,71	1,69	1,53
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,24	3,36	3,41	2,83	2,93	3,31	3,25	2,77
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	5,68	5,50	4,28	4,47	5,29	5,16	4,47
VI	0,2	0,34	0,32	0,32	0,45	0,27	0,24	0,29	0,28	0,25	0,25	0,39
	0,5	0,63	0,61	0,61	0,71	0,57	0,55	0,60	0,59	0,56	0,56	0,66
	2,0	1,59	1,63	1,63	1,41	1,75	1,77	1,62	1,64	1,74	1,74	1,55
	5,0	2,93	3,09	3,09	2,24	3,66	3,59	2,92	3,02	3,43	3,45	2,87
	10,0	4,64	5,01	5,01	3,16	6,40	5,94	4,52	4,66	5,56	5,60	4,73

Wellicht ten overvloede moge er op worden gewezen, dat bij het opstellen van dezen *staat* is uitgegaan van de veronderstelling, dat deze formules bij een constante waarde van i en $R = 1$ m, alle dezelfde uitkomst geven voor de gemiddelde snelheid.

Onderzoek naar de in de formules tot uitdrukking komende wetten.

Om de wetten te kunnen onderzoeken, welke in de reeds meermalen genoemde formules tot uitdrukking worden gebracht, zijn deze formules, voor zoover zij nog niet in dezen vorm voorkomen, herleid tot de gedaante:

$$U = K \cdot R^{\alpha} \cdot i^{\beta}.$$

In het algemeen kunnen echter formules niet worden herleid tot een in wezen geheel verschillende gedaante, zoodat de formules ontstaan na de herleiding uiteraard benaderingsformules zijn.

De formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Beyerhaus, de Chézy en Steevensz hebben bovenstaande formule reeds tot grondvorm, en zij blijken, met uitzondering van de formule van Beyerhaus, in zooverre overeen te komen, dat de correctiecoëff. K — de coëff. van de Chézy voor $R = 1$ m (voorgesteld door C_1). In verband hiermede zijn de formules van Kutter, Ganguillet-Kutter, Bazin en Harder herleid tot den vorm:

$$U = C_1 \cdot R^{\alpha} \cdot i^{\beta}.$$

Uitgaande van:

$$U = C_1 \cdot R^{\alpha} \cdot i^{\beta} = C \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

waaruit volgt:

$$C = C_1 \cdot R^{\alpha - 1/2} \cdot i^{\beta - 1/2} = C_1 \cdot R^{\nu} \cdot i^{w},$$

komt het er voor de laatstgenoemde 4 formules op aan, de exponenten ν en w te bepalen.

De formule van Kutter.

Voor deze formule wordt uitgegaan van:

$$C = \frac{100}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}} = C_1 \cdot R^{\nu} = \frac{100}{1 + b} \cdot R^{\nu} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

waaruit volgt:

$$\nu = \frac{\log C - \log C_1}{\log R} =$$

$$= \frac{\log (1 + b) - \log (1 + \frac{b}{\sqrt{R}})}{\log R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Achtereenvolgens zijn nu berekend C, C/C_1 en ν voor een zestal waarden van b en eveneens een zestal waarden van R.

Waarde van C **Staat Va.**

R \ b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
0,2	64,143	47,213	37,354	30,902	22,967	18,274
0,5	73,880	58,579	48,528	41,421	32,038	26,120
1,0	80,000	66,667	57,143	50,000	40,000	33,333
2,0	84,978	73,880	65,345	58,579	48,528	41,421
5,0	89,946	81,726	74,884	69,099	59,851	52,787
10,0	92,674	86,347	80,830	75,975	67,827	61,258

Waarde van C/C_1 **Staat Vb.**

R \ b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
0,2	0,8018	0,7082	0,6537	0,6180	0,5742	0,5482
0,5	0,9235	0,8787	0,8492	0,8284	0,8010	0,7836
1,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2,0	1,0622	1,1082	1,1435	1,1716	1,2132	1,2426
5,0	1,1243	1,2259	1,3105	1,3820	1,4963	1,5836
10,0	1,1584	1,2952	1,4145	1,5195	1,6957	1,8378

Waarde van v **Staat Vc.**

R \ b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
0,2	0,1372	0,2144	0,2642	0,2990	0,3447	0,3735
0,5	0,1148	0,1866	0,2358	0,2716	0,3202	0,3518
1,0	0,1000	0,1667	0,2143	0,2500	0,3000	0,3333
2,0	0,0870	0,1482	0,1935	0,2285	0,2788	0,3134
5,0	0,0728	0,1266	0,1680	0,2010	0,2504	0,2856
10,0	0,0639	0,1123	0,1506	0,1817	0,2294	0,2643

De waarden van v in *staat* **Vc** kunnen voor $R = 1$ m niet worden berekend volgens (2), immers voor deze waarde van R is $C = C_1$ en derhalve $v = \frac{0}{0}$; zij zijn nu berekend met behulp van den regel van l'Hospital:

$$\left[v\right]_{R=1} = \left[\frac{\log(1+b) - \log\left(1+\frac{b}{\sqrt{R}}\right)}{\log R}\right]_{R=1} =$$

$$= \left[\frac{-\frac{1}{1+\frac{b}{\sqrt{R}}} \cdot \frac{b}{2 \cdot R^{3/2}}}{\frac{1}{R}}\right]_{R=1} =$$

$$= \left[\frac{b}{2 \cdot (b + \sqrt{R})}\right]_{R=1} = \frac{b}{2 \cdot (b+1)}$$

In verband met deze uitkomst werd nu

$$v = \frac{b}{2 \cdot (b + R^{z})}$$

gesteld, waaruit volgt:

$$R^{z} = \frac{b \cdot (1 - 2 \cdot v)}{2 \cdot v} \text{ en } z = \frac{\log \frac{b \cdot (1 - 2 \cdot v)}{2 \cdot v}}{\log R} \quad \ldots (3)$$

De in *staat* **Ve** gevonden waarden van v zijn nu in deze laatste formule gesubstitueerd:

Waarde van z **Staat Vd.**

R \ b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
0,2	0,2574	0,2525	0,2492	0,2466	0,2436	0,2417
0,5	0,2531	0,2519	0,2505	0,2496	0,2485	0,2471
1,0	onbepaald					
2,0	0,2463	0,2470	0,2480	0,2490	0,2510	0,2529
5,0	0,2381	0,2408	0,2444	0,2466	0,2499	0,2523
10,0	0,2323	0,2369	0,2405	0,2435	0,2480	0,2521

Uit dezen *staat* blijkt, dat de exponent z kan worden gesteld op $\frac{1}{4}$, zoodat de coëff. C van de formule van Kutter mag worden vervangen door de benaderingsformule:

$$C = \frac{100}{1+b} \cdot R^{\frac{b}{2 \cdot (b + R^{1/4})}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Met deze formule zijn nu opnieuw voor dezelfde waarden van R en b de coëfficiënten C berekend:

Waarde van C **Staat VI**

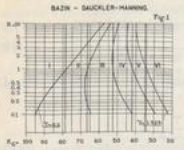
R \ b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
0,2	64,267	47,249	37,342	30,870	22,926	18,238
0,5	73,891	58,585	48,529	41,420	32,034	26,116
1,0	80,000	66,667	57,143	50,000	40,000	33,333
2,0	84,960	73,867	65,337	58,575	48,532	41,427
5,0	89,776	81,560	74,767	69,030	59,852	52,827
10,0	92,200	85,827	80,406	75,640	67,740	61,313

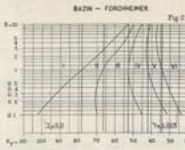
Worden de volgens de oorspronkelijke formule (*o. f.*) en de benaderingsformule (*b. f.*) berekende C-waarden onderling vergeleken (*staten* **Va** en **VI**), dan volgt hieruit, dat de fout, bij gebruik van de benaderingsformule, voor waarden van $R \leq 10$ m maximaal slechts $\frac{1}{2}$% bedraagt.

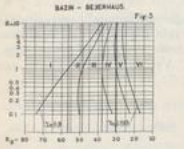
Volledigsheidshalve zijn nu nog met beide formules de coëfficiënten C voor $R = 100$ m berekend:

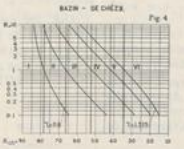
b	0,25	0,50	0,75	1,00	1,50	2,00
o. f.	97,561	95,238	93,023	90,909	86,957	83,333
b. f.	94,704	91,293	88,852	86,940	83,904	81,340

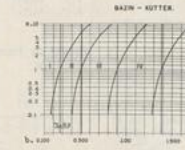
waaruit blijkt, dat voor deze waarde van R de gemaakte fout nog geen 5% bedraagt.

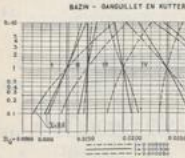


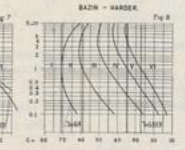












Uit het bovenstaande mag de conclusie worden getrokken, dat voor alle voorkomende waarden van R de oorspronkelijke formule van Kutter kan worden vervangen door de benaderingsformule:

$$U = \frac{100}{1+b} \cdot R^{\frac{b}{2\cdot(b+R^{1/4})}+\frac{1}{2}} \cdot i^{1/2} = \frac{100}{1+b} \cdot R^{\frac{2\cdot b+R^{1/4}}{2\cdot(b+R^{1/4})}} \cdot i^{1/2}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

De formule van Ganguillet-Kutter.
Voor deze formule wordt uitgegaan van:

$$C = \frac{23+\frac{1}{n}+\frac{0{,}00155}{i}}{1+\left(23+\frac{0{,}00155}{i}\right)\cdot\frac{n}{\sqrt{R}}} = \frac{1}{n}\cdot R^{v} \cdot i^{w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Aangezien C een functie is van R, i en n, kan in het algemeen worden verwacht, dat ook de exponenten v en w functies zullen zijn van deze 3 grootheden. Is dit het geval, dan kunnen deze exponenten niet worden bepaald.

Nu is voor $R = 1$ m, onafhankelijk van de waarden van i en n, $C = \frac{1}{n}$, waaruit volgt:

$$w = f(R,\ i,\ n)_{R=1} = 0.$$

Hoewel er functies denkbaar zijn, welke voor alle waarden van i en n, doch $R = 1$ m, nul worden, ligt het voor de hand, na te gaan of niet $w = 0$ voor alle waarden van R. Stelt men nu $(23 + \frac{0{,}00155}{i}) = A$, waarin A niet als $f(i)$, doch slechts als getalwaarde moet worden beschouwd, dan gaat (6) over in:

$$C = \frac{A+\frac{1}{n}}{1+\frac{A\cdot n}{\sqrt{R}}} = \frac{1}{n}\cdot\frac{1+A\cdot n}{1+\frac{A\cdot n}{\sqrt{R}}}\cdot R^{v},$$

waaruit volgt:

$$v = \frac{\log(1+A\cdot n) - \log\left(1+\frac{A\cdot n}{\sqrt{R}}\right)}{\log R} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

Wordt deze laatste formule vergeleken met (2), dan blijkt het eenige verschil hierin te bestaan, dat in laatstgenoemde formule b is vervangen door $A \cdot n$. Op geheel overeenkomstige wijze als voor de formule van Kutter, is nu voor een drietal waarden van i, n.l. 0,005000, 0,000500 en 0,000050, de exponent v bepaald. Gevonden werd:

$$v = \frac{A\cdot n}{2\cdot(A\cdot n+R^{1/4})} = \frac{\left(23+\frac{0{,}00155}{i}\right)\cdot n}{2\cdot\left\{\left(23+\frac{0{,}00155}{i}\right)\cdot n+R^{1/4}\right\}} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

of:

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n + R^{1/2}\right\}}} \quad \ldots\ldots (9)$$

welke formule geheel overeenkomt met de benaderingsformule voor den coëff. C van de formule van Kutter, indien de term $(23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot n$ wordt vervangen door b.

Ook nu blijkt de fout bij gebruik van de benaderingsformule voor de 3 genoemde waarden van i en $R \leq 10$ m maximaal slechts $\frac{1}{2}$% te bedragen, waaruit de conclusie mag worden getrokken, dat dit voor alle andere waarden van i eveneens het geval zal zijn. Voor $R = 100$ m zijn nu weer met beide formules de coëfficiënten C berekend:

n	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0250	0,0300
			$i = 0{,}005\,000$			
o. f.	100,385	86,937	77,300	70,045	59,824	52,941
b. f.	97,160	83,853	74,332	67,200	57,236	50,567
			$i = 0{,}000\,500$			
o. f.	102,748	89,272	79,607	72,325	62,051	55,117
b. f.	99,240	85,900	76,412	69,275	59,300	52,637
			$i = 0{,}000\,050$			
o. f.	125,527	111,625	101,547	93,863	82,819	75,157
b. f.	119,976	106,640	97,040	89,860	79,664	72,723

Ook nu blijkt de fout voor $R = 100$ m nog geen 5% te bedragen.

De oorspronkelijke formule van Ganguillet-Kutter mag derhalve voor alle in de practijk voorkomende waarden van R worden vervangen door:

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n + R^{1/2}\right\}} + \frac{1}{2}} \cdot i^{1/2} =$$

$$= \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2 \cdot \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n + R^{1/2}}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n + R^{1/2}\right\}}} \cdot i^{1/2} \ldots (10)$$

De formule van Bazin.

Voor deze formule, welke in structuur geheel overeenkomt met de formule van Kutter, wordt uitgegaan van:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} = \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

waaruit volgt:

$$v = \frac{\log(1 + \gamma) - \log\left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right)}{\log R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Geheel overeenkomstig de benaderingsformule (4) is nu gevonden:

$$C = \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{\frac{\gamma}{2 \cdot (\gamma + R^{1/2})}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

Ook bij deze benaderingsformule bedraagt voor 10 m de grootste fout slechts $\frac{1}{2}$% en voor $R = 100$ m, evenals bij de beide voorgaande benaderingsformules, nog geen 5%. Voor deze laatste waarde van R zijn de coëfficiënten C:

γ	0,06	0,16	0,46	0,85	1,30	1,75
o. f.	86,481	85,630	83,174	80,184	76,991	74,043
b. f.	85,744	84,075	79,831	76,588	73,991	71,819

zoodat de formule van Bazin mag worden vervangen door:

$$U = \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{\frac{\gamma}{2 \cdot (\gamma + R^{1/2})} + \frac{1}{2}} \cdot i^{1/2} =$$

$$= \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{\frac{2 \cdot \gamma + R^{1/2}}{2 \cdot (\gamma + R^{1/2})}} \cdot i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

De formule van Harder.

Voor deze formule wordt uitgegaan van:

$$C = (c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}) = (c + 7{,}254) \cdot R^{v}, \quad \ldots (15)$$

waaruit volgt:

$$v = \frac{\log(c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}) - \log(c + 7{,}254)}{\log R} \quad (16)$$

De gevolgde werkwijze voor het bepalen van den exponent v komt geheel overeen met die, toegepast bij de voorgaande formules. Alleen heeft er bij het herleiden van den onbepaalden vorm $v = \frac{0}{0}$ met behulp van den regel van l'Hospital een kleine afwijking plaats. Deze herleiding leidt ten slotte tot:

$$\left[v\right]_{R=1} = \left[\frac{7{,}254 \cdot \sqrt{R}}{2 \cdot (c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R})}\right]_{R=1} = \frac{7{,}254}{2 \cdot (c + 7{,}254)}$$

In verband met het voorkomen van $\sqrt{R}$ in den teller, hetgeen bij de voorgaande formules niet het geval is, moet nu worden gesteld:

$$v = \frac{7{,}254 \cdot R^{z}}{2 \cdot (c + 7{,}254 \cdot R^{z})} = \frac{R^{z}}{0{,}2757 \cdot c + R^{z}}.$$

De voor den exponent z gevonden waarden varieeren van 0,2368 tot 0,2625, zoodat ook bij deze formule z mag worden gesteld op $\frac{1}{4}$. Hieruit volgt dan:

$$C = (c + 7{,}254) \cdot R^{\frac{R^{1/4}}{0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/4}}} \quad \ldots\ldots (17)$$

Bij deze benaderingsformule blijkt eveneens voor $R \leqq 10$ m de maximum fout slechts $\frac{1}{2}$% te bedragen, terwijl voor $R = 100$ m de gemaakte fout van dezelfde orde van grootte is als bij de 3 voorgaande benaderingsformules.

c	75,00	67,50	50,00	40,00	30,00	25,00
$o.\ f.$	147,540	140,040	122,540	112,540	102,540	97,540
$b.\ f.$	141,049	134,041	118,086	109,355	101,059	97,049

De formule van Harder mag derhalve worden vervangen door de benaderingsformule:

$$U = (c + 7{,}254) \cdot R^{\frac{R^{1/4}}{0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/4}} + \frac{1}{2}} \cdot i^{1/2} =$$

$$= (c + 7{,}254) \cdot R^{\frac{0{,}2757 \cdot c + 4 \cdot R^{1/4}}{2 \cdot (0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/4})}} \cdot i^{1/2} \ldots (18)$$

In verband met de hierboven afgeleide benaderingsformules kan nu *staat* **I** worden vervangen door:

Staat VII

	Formule van:	Coëfficiënt van de Chézy	C_1
a.	Gauckler-Manning	$C = C_1 \cdot R^{1/6}$	$C_1 = K_G$
b.	Forchheimer	$C = C_1 \cdot R^{0{,}20}$	$C_1 = K_F$
c.	Beyerhaus	$C = K_B \cdot R^{0{,}20} \cdot i^{-0{,}04}$	
d.	de Chézy	$C = C_1 \cdot R^0$	$C_1 = K_{Ch}$
e.	Steevensz	$C = C_1 \cdot R^{10 \cdot n_S - 0{,}01}$	$C_1 = \frac{1}{n_S}$
f.	Kutter	$C = C_1 \cdot R^{\frac{b}{2 \cdot (b + R^{1/2})}}$	$C_1 = \frac{100}{1 + b}$
g.	Ganguillet-Kutter	$C = C_1 \cdot R^{\frac{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n_G}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n_G + R^{1/2}\right\}}}$	$C_1 = \frac{1}{n_G}$
h.	Bazin	$C = C_1 \cdot R^{\frac{\gamma}{2 \cdot (\gamma + R^{1/2})}}$	$C_1 = \frac{87}{1 + \gamma}$
i.	Harder	$C = C_1 \cdot R^{\frac{R^{1/4}}{0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/4}}}$	$C_1 = a + 7{,}254$

Met uitzondering van de formule van Beyerhaus is de exponent $w = 0$.

De exponent ν komt voor:

A) als constante in de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Beyerhaus en de Chézy;

B) als $f(\tau_1)$ in de formule van Steevensz;

C) als $f(\tau_1, R)$ in de formules van Kutter, Bazin en Harder;

D) als $f(\tau_1, R, i)$ in de formule van Ganguillet-Kutter.

A. De hieronder genoemde formules behoeven geen nadere toelichting.

B. In de formule van Steevensz: $\nu = 10 \cdot n_s - 0{,}01$, neemt de exponent ν toe naarmate de ruwheidscoëff. toeneemt (c.q. de gladheidscoëff. afneemt).

C. In de formules van Kutter en Bazin:

$$\nu = \frac{\tau_1}{2 \cdot (\tau_1 + R^{1/2})} = \frac{1}{2 \cdot \left(1 + \frac{R^{1/2}}{\tau_1}\right)}$$

neemt de exponent ν toe:

1e. indien de ruwheidscoëff. toeneemt;

2e. indien R *af*neemt.

In de formule van Harder:

$$\nu = \frac{R^{1/4}}{0{,}2757 \cdot c + 2 \cdot R^{1/4}} = \frac{1}{\frac{0{,}2757 \cdot c}{R^{1/4}} + 2}$$

neemt de exponent ν toe:

1e. indien de gladheidscoëff. afneemt;

2e. indien R *toe*neemt.

D. In de formule van Ganguillet-Kutter:

$$\nu = \frac{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n_G}{2 \cdot \left\{\left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot n_G + R^{1/2}\right\}} = \frac{A \cdot n_G}{2 \cdot (A \cdot n_G + R^{1/2})} = \frac{A}{2 \cdot \left(A + \frac{R^{1/2}}{n_G}\right)} = \frac{1}{2 \cdot \left(1 + \frac{R^{1/2}}{A \cdot n_G}\right)},$$

neemt de exponent ν toe:

1e. indien de ruwheidscoëff. toeneemt;
2e. indien *R* afneemt;
3e. indien *A* toeneemt, d.w.z. *i* kleiner wordt.

Met behulp van de overeenkomstige waarden der ruwheids- en gladheidscoëfficiënten, welke voortvloeien uit het gelijkstellen van de coëfficiënten C_1 (*staat* **II**), zijn voor een zevental waarden van *R* de exponenten ν berekend volgens de formule van Steevensz en de benaderingsformules van Kutter, Ganguillet-Kutter, Bazin en Harder (zie *staat* **VIII**).

Staat VIII.

Categorie	*R*	Steevensz	Kutter	Ganguillet-Kutter			Bazin	Harder	
				i = 0,005000	*i* = 0,000500	*i* = 0,000050			
I	0	0,112	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 82,08
	0,2		0,123	0,149	0,161	0,248	0,041	0,030	b = 0,218
	0,5		0,103	0,126	0,137	0,220	0,033	0,038	
	1,0		0,089	0,111	0,121	0,199	0,028	0,046	n_G = 0,0122
	2,0		0,077	0,096	0,106	0,178	0,024	0,052	γ = 0,06
	5,0		0,064	0,080	0,088	0,153	0,019	0,063	
	10,0		0,055	0,069	0,076	0,135	0,016	0,074	c = 74,82
II	0	0,123	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 75,00
	0,2		0,166	0,158	0,171	0,259	0,097	0,033	b = 0,333
	0,5		0,142	0,135	0,146	0,230	0,080	0,041	
	1,0		0,125	0,118	0,129	0,209	0,069	0,048	n_G = 0,0133
	2,0		0,109	0,103	0,113	0,188	0,059	0,056	γ = 0,16
	5,0		0,091	0,086	0,094	0,162	0,048	0,069	
	10,0		0,079	0,074	0,082	0,144	0,041	0,080	c = 67,75
III	0	0,158	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 59,59
	0,2		0,252	0,185	0,198	0,288	0,204	0,042	b = 0,678
	0,5		0,223	0,159	0,171	0,259	0,177	0,052	
	1,0		0,202	0,141	0,152	0,238	0,158	0,057	n_G = 0,0168
	2,0		0,182	0,124	0,135	0,216	0,139	0,071	γ = 0,46
	5,0		0,156	0,104	0,113	0,189	0,118	0,086	
	10,0		0,138	0,090	0,099	0,169	0,103	0,099	c = 52,34
IV	0	0,203	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 47,03
	0,2		0,314	0,213	0,227	0,316	0,280	0,054	b = 1,126
	0,5		0,286	0,186	0,199	0,289	0,251	0,066	
	1,0		0,265	0,166	0,179	0,267	0,230	0,077	n_G = 0,0213
	2,0		0,243	0,147	0,159	0,246	0,208	0,089	γ = 0,85
	5,0		0,215	0,125	0,136	0,217	0,181	0,107	
	10,0		0,194	0,109	0,119	0,196	0,162	0,122	c = 39,77
V	0	0,254	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 37,83
	0,2		0,355	0,240	0,254	0,340	0,330	0,068	b = 1,643
	0,5		0,331	0,211	0,225	0,314	0,304	0,083	
	1,0		0,311	0,1[illegible]0	0,204	0,294	0,283	0,096	n_G = 0,0264
	2,0		0,290	0,171	0,183	0,273	0,207	0,110	γ = 1,30
	5,0		0,262	0,146	0,158	0,244	0,233	0,131	
	10,0		0,240	0,129	0,140	0,222	0,211	0,148	c = 30,57
VI	0	0,306	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0	C_1 = 31,64
	0,2		0,382	0,262	0,278	0,359	0,362	0,083	b = 2,161
	0,5		0,360	0,233	0,249	0,335	0,338	0,100	
	1,0		0,342	0,212	0,226	0,315	0,318	0,115	n_G = 0,0316
	2,0		0,323	0,191	0,206	0,295	0,298	0,131	γ = 1,75
	5,0		0,296	0,165	0,179	0,266	0,270	0,154	
	10,0		0,274	0,146	0,158	0,245	0,248	0,173	c = 24,38

Uit dezen *staat* blijkt, dat de exponent ν in de benaderingsformules van Kutter, Ganguillet-Kutter en Bazin van $R = 0$ tot $R = 0{,}2$ m zeer snel afneemt en des te sneller, naarmate de wanden gladder zijn.

De wet, besloten in de oorspronkelijke formule van Ganguillet-Kutter:

$$U = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \sqrt{R \cdot i}$$

is echter gecompliceerder dan uit de hierboven gegeven karakteristiek zou kunnen worden afgeleid.

Voor constante waarden van R en n is $U = f(i)$, welke functie grafisch kan worden voorgesteld. De afgeleide van deze functie naar i luidt:

$$\frac{dU}{di} = \frac{i^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{R}}{n} + 23 + 23 \cdot \sqrt{R} + 529 \cdot n\right) - i \cdot \left(0{,}00155 \cdot \sqrt{R} - 0{,}00465 - 0{,}07130 \cdot n\right) + 0{,}00155^2 \cdot n}{2 \cdot i^2 \cdot \left\{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}\right\}^2};$$

wordt nu $\frac{dU}{di} = 0$ gesteld, dan kunnen uit deze vergelijking 2 waarden van i worden opgelost, waarvoor de kromme $U = f(i)$ een minimum en een maximum heeft, d.w.z. naarmate i kleiner wordt, neemt U aanvankelijk af om bij een bepaalde waarde van i te stijgen en daarna wederom af te nemen. Allereerst is nu nagegaan bij welke waarde van R deze onregelmatigheid zich begint voor te doen, m.a.w. bij welke waarde van R de vergelijking $\frac{dU}{di} = 0$ twee gelijke en reëele wortels geeft, hetgeen zich in de kromme $U = f(i)$, geteekend voor die waarde van R, manifesteert in den vorm van een buigpunt. Gevonden werd:

n	R	i	U
0,0125	127,69 m	0,000 0050	7,63 m/sec
0,0250	184,96 m	0,000 0082	7,05 m/sec

Voor kleinere waarden van R komt deze onregelmatigheid in de functie $U = f(i)$ derhalve niet tot uiting.

Voor $n = 0{,}0250$ zijn nu de krommen $U = f(i)$ geteekend voor de volgende waarden van R: 184,96, 200, 300, 400, 600, 800 en 1000 m (*fig. 9*), waaruit blijkt, dat deze onregelmatigheid grootere afmetingen aanneemt, naarmate R toeneemt. Deze krommen vertoonen de minimum en maximum waarden bij:

R	Minimum		Maximum	
	i	U	i	U
200 m	0,000 0106	7,41 m/sec	0,000 0061	7,43 m/sec
300 „	0144	9,44 „	0037	9,81 „
400 „	0161	11,12 „	0029	12,00 „
600 „	0178	13,94 „	0021	16,00 „
800 „	0188	16,31 „	0018	19,69 „
1000 „	0195	18,41 „	0015	23,14 „

Kort historisch overzicht tot en met de formule van Darcy.

De Fransche onderzoeker de Chézy stelde op grond van theoretische beschouwingen en naar aanleiding van de uitkomsten van eenige door hem verrichte metingen in het jaar 1755 de eerste bruikbare formule op voor de berekening van de gemiddelde snelheid in open kanalen, welke formule hij schreef in den vorm:

$$R \cdot i = b \cdot U^2$$

Uit een 36-tal metingen van Dubuat vond J. A. Eytelwein $b = 0{,}000\,386$, waaruit volgt:

$$U = 50{,}9 \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

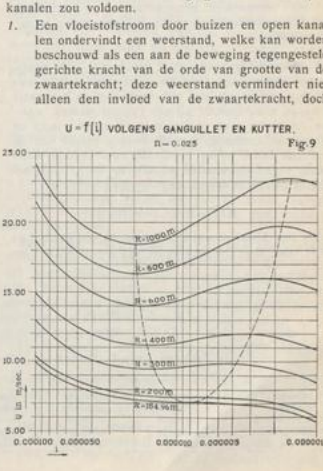
welke formule door Courtois werd vereenvoudigd tot:

$$R \cdot i = 0{,}0004 \cdot U^2 \text{ of } U = 50 \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

In zijn verhandeling „Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes" (1804) beschreef R. de Prony de principes, waaraan, volgens een aantal onderzoekers uit de 2de helft van de 18de eeuw, de waterbeweging in buizen en open kanalen zou voldoen.

1. Een vloeistofstroom door buizen en open kanalen ondervindt een weerstand, welke kan worden beschouwd als een aan de beweging tegengesteld gerichte kracht van de orde van grootte van de zwaartekracht; deze weerstand vermindert niet alleen den invloed van de zwaartekracht, doch

U = f[i] VOLGENS GANGUILLET EN KUTTER.
n = 0.025 Fig.9



heft haar geheel op, zoodat de waterbeweging wordt teruggebracht van een versnelde tot een eenparige beweging.

2. Volgens de talrijke proeven van Dubuat e.a. blijkt bij een in beweging zijnde vloeistof de weerstand onafhankelijk te zijn van den in de vloeistof heerschenden druk, in tegenstelling met vaste lichamen, waar de weerstand bij het over elkaar heen schuiven afhankelijk is van den totalen druk op het contactvlak.
3. In elke dwarsdoorsnede hebben de waterdeeltjes evenwijdig aan de stroomrichting verschillende snelheid; bij een buis treedt de maximum snelheid op in de as en bij een open kanaal aan de oppervlakte, terwijl in beide gevallen de snelheid langs de wanden minimum is. Trekt men in de dwarsdoorsnede een rechte lijn vanaf het punt met de maximum snelheid naar een punt op den wand, dan neemt vanaf het eerstgenoemde punt de snelheid geleidelijk af.
4. Tusschen de snelheid aan de oppervlakte, de snelheid langs bodem en wanden en de gemiddelde snelheid bestaat volgens Dubuat een verband, dat geheel onafhankelijk is van vorm en afmetingen van het dwarsprofiel.
5. Indien het water door buizen en open kanalen stroomt, neemt een laag langs de wanden niet aan de waterbeweging deel; deze laag kan worden beschouwd als de werkelijke omwanding van het aan de beweging deelnemende water.
6. Als gevolg van deze omwanding in den vorm van een niet aan de waterbeweging deelnemende laag, oefent het materiaal, waaruit de wanden zijn vervaardigd, geen merkbaren invloed uit op den weerstand, welke de waterbeweging ondervindt.

Volgens de proeven van Coulomb is de analytische uitdrukking van den weerstand, welke een lichaam ondervindt, dat zich langzaam in het water beweegt, samengesteld uit een tweetal termen, waarvan de eerste evenredig is met de eerste macht en de tweede evenredig met de tweede macht van de snelheid. De Prony bracht dit over op den weerstand, welke de wanden uitoefenen op de waterbeweging en leidde daaruit de volgende formule af:

$$R \cdot i = a \cdot U + b \cdot U^2.$$

Uit een 31-tal proeven, waarvan 30 van Dubuat en 1 van de Chézy vond hij: $a = 0{,}000\,044$ en $b = 0{,}000\,309$. Eenige jaren later voegde Eytelwein hieraan nog een 55-tal uitkomsten toe en becijferde daaruit: $a = 0{,}000\,024$ en $b = 0{,}000\,366$.

Ongeveer tegelijkertijd stelde L. G. Dubuat in zijn „Principes d'hydraulique" (1806) op grond van een groot aantal nauwkeurige, door hem zelf verrichte metingen in plaats van de formule van de Chézy de volgende formule voor:

$$U = \frac{48{,}85 \cdot \sqrt{R} - 0{,}80}{\sqrt{\frac{1}{i} - \text{nat log}\sqrt{\frac{1}{i} + 1{,}6}}} - 0{,}05 \cdot \sqrt{R},$$

welke echter door zijn gecompliceerden vorm weinig aanhang verwierf.

Eenige tientallen jaren later (1851) kwam de Saint-Venant tot de formule:

$$R \cdot i = 0{,}000\,401 \cdot U^{\frac{21}{11}}$$

terwijl ongeveer tegelijkertijd J. W. Lahmeyer op grond van een 616-tal metingen, waarvan eenige honderden van hemzelf, de formule:

$$U = 183{,}56 \cdot R^{1/3} \cdot i^{1/2}$$

opstelde.

Bij geen dezer formules werd rekening gehouden met de geaardheid van bodem en wanden, welke immers, zooals uit de principes 5 en 6 blijkt, van geen invloed werd geacht, hoewel de Prony in zijn genoemde verhandeling tegen deze principes reeds eenige bedenkingen had geopperd.

Het bleef aan H. Darcy voorbehouden om aan te toonen, dat deze factor wel degelijk van zeer grooten invloed was op de waterbeweging. Experimenteerend met buizen, kwam hij tot de conclusie, dat de geaardheid der buiswanden een grooten invloed uitoefende op de uitstrooming en hij twijfelde er niet aan, of dit zou bij open kanalen eveneens het geval zijn.

Darcy construeerde nu een vijftal rechthoekige goten met een breedte van 1,80 — 2,00 m, waarvan de bekleeding van bodem en wanden uit verschillend materiaal bestond. Door deze goten, opgesteld onder een verhang van 0,0049, werd eenzelfde hoeveelheid water, varieerend van 0,100 — 1,236 m³/sec, afgevoerd. Met behulp van de opgemeten snelheid werd de verhouding $R \cdot i/U^2$ berekend; zoo vond hij:

Goot bekleed met	$Q = 0{,}100$ m³/sec		$Q = 0{,}618$ m³/sec		$Q = 1{,}236$ m³/sec	
	$R \cdot i/U^2$ volgens:		$R \cdot i/U^2$ volgens:		$R \cdot i/U^2$ volgens:	
	Darcy	*de Prony*	*Darcy*	*de Prony*	*Darcy*	*de Prony*
1. cement	0,000242	0,000352	0,000180	0,000331	0,000172	0,000327
2. planken	0,000411	0,000362	0,000257	0,000335	0,000229	0,000329
3. metselwerk	0,000408	0,000361	0,000305	0,000336	0,000277	0,000330
4. fijn grind	0,000862	0,000376	0,000528	0,000342	0,000472	0,000335
5. grover grind	0,001454	0,000389	0,000772	0,000347	0,000661	0,000338

Deze cijfers zijn ontleend aan „Recherches hydrauliques", het baanbrekende werk van de Fransche ingenieurs H. Darcy en H. Bazin, dat in 1865 het licht zag.

Darcy teekende hierbij aan, dat, hoewel de wanden van goot 5 ruw waren, deze toch niet die onregelmatigheid bezaten, welke in de natuur, zelfs bij goed onderhouden kanalen, voorkomen. Met het oog hierop nam hij proeven in het kanaal van Bourgogne en kwam toen tot de volgende resultaten:

	Darcy	de Prony
bodem en wanden onbekleed	0,000749	0,000407
bodem en wanden steenachtig	0,001300	0,000383
bodem en wanden bemeteld, doch begroeid met mos	0,002331	0,000343
dezelfde strekking, nadat het mos was verwijderd	0,001024	0,000335

Uit beide laatstgenoemde cijfers van Darcy blijkt wel heel duidelijk, dat de aanwezigheid van het mos, dat slechts een zeer gering gedeelte van het doorstroomingsprofiel in beslag nam, een zeer grooten invloed uitoefende op de waterbeweging.

De proeven verricht in de geconstrueerde goten hadden reeds duidelijk aangetoond, dat de verhouding $R \cdot i/U^2$ geen constante kon zijn, zooals door de Chézy, Eytelwein en Courtois was aangenomen; deze verhouding moest afhankelijk zijn van R, U of R en U.

Dubuat had reeds vroeger opgemerkt, dat de verhouding $R \cdot i/U^2$ kleiner wordt, indien R en U toenemen, de proeven van Darcy bevestigden dit. Bovendien constateerde Darcy, dat deze verhouding minder snel afneemt, naarmate het debiet en daarmede R en U toenemen. Hij stelde nu de limiet, waartoe deze verhouding nadert, $= \alpha$ en leidde uit het bovenstaande af:

$$\frac{R \cdot i}{U^2} = \alpha + f(R, U),$$

waarin derhalve de term $f(R, U)$ nadert tot 0, indien het debiet grooter wordt. De eenvoudigste vormen, welke aan deze functie kunnen worden gegeven, zijn β/R en β'/U, waarin β en β' constanten zijn; de eerste leidt tot de formule:

$$\frac{R \cdot i}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R} \text{ of } U = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{R}} \cdot R \cdot i}$$

en de tweede tot:

$$\frac{R \cdot i}{U^2} = \alpha + \frac{\beta'}{U} \text{ of } U = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta'}{U}} \cdot R \cdot i},$$

welke laatste de grondvorm is van de formule van de Prony ($\beta' = 0{,}000\,044$ en $\alpha = 0{,}000\,309$).

De gevonden meetresultaten werden elk door een enkel punt vastgelegd in een tweetal grafieken, waarin op de Y-as de verhouding $R \cdot i/U^2$ en op de X-as de reciproke waarden resp. $1/R$ en $1/U$ waren uitgezet. Door de tot een serie behoorende punten werd zoo goed mogelijk daarbij aansluitend een rechte lijn getrokken Van deze lijn, waarvan de vergelijking $y = \alpha + \beta \cdot x$ luidt, stelt de ordinaat van het snijpunt met de Y-as de limiet α voor, terwijl de constante β wordt voorgesteld door de tangens van den hoek, welke deze lijn met de X-as maakt. Uit deze grafieken werden voor α, β en β' de volgende cijfers gevonden.

Goot bekleed met:	$\frac{R \cdot i}{\frac{2}{U}} = \alpha + \frac{\beta}{R}$		$\frac{R \cdot i}{\frac{2}{U}} = \alpha + \frac{\beta}{U}$	
	α	β	α	β
1. cement	0,000149	0,000005	0,000118	0,000127
2. planken	0,000177	0,000012	0,000127	0,000217
3. metselwerk	0,000208	0,000014	0,000162	0,000218
4. fijn grind	0,000326	0,000040	0,000226	0,000411
5. grover grind	0,000329	0,000100	0,000201	0,000580

Hieruit blijkt, dat de coëfficiënten α, β en β' toenemen met de ruwheid van bodem en wanden en naar verhouding de coëfficiënten β en β' sneller dan α.

Beide formules waren aanvaardbaar, de grafieken gaven geen aanwijzing, welke formule de voorkeur verdiende.

Darcy nam nu nieuwe proeven met een drietal houten goten, van welke de tweede en derde waren voorzien van houten dwarsrichels, breed 2,7 cm en dik 1 cm met een tusschenruimte van resp. 1 en 5 cm, welke ten doel hadden den weerstand te verhoogen. Deze goten werden achtereenvolgens gelegd onder een verhang van 0,0015, 0,0059 en 0,00886. Ook bij deze proeven varieerde het debiet van 0,100 tot 1,236 m³/sec. Op deze wijze ontstonden 9 series elk bestaande uit 7 proeven, waarvan de resultaten, op overeenkomstige wijze als hierboven vermeld, in een tweetal grafieken werden vastgelegd (*fig. 10* en *11*). Uit deze grafieken blijkt duidelijk, dat de formule:

$$\frac{R \cdot i}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R} = A$$

betere resultaten geeft dan de andere. De coëfficiënten α, β en β' zijn echter afhankelijk van het verhang. In tegenstelling met de tweede formule, waar α en β' beide toenemen met het verhang, neemt bij de eerste formule wel de coëff. α toe, doch daarentegen β af, waardoor de invloed van het verhang wordt verminderd.

Bovendien werden door Darcy nog proeven genomen met verschillende profielvormen. Het bleek, dat de gemiddelde snelheid in kanalen met rechthoekige, trapeziumvormige en driehoekige profielen bij gelijke waarden van R en i nagenoeg gelijk bleef, doch in een half-cirkelvormig profiel ongeveer 10% grooter was.

De 3 factoren, welke op de gemiddelde snelheid van invloed zijn, zijn derhalve:

1e. de geaardheid van bodem en wanden;
2e. het verhang;
3e. de vorm van het profiel.

Uit een groot aantal eigen proeven en door andere onderzoekers verrichte metingen kwamen Darcy en Bazin tot de slotsom, dat de invloed van beide

laatstgenoemde factoren in het algemeen kan worden verwaarloosd.

Na den dood van Darcy stelde Bazin een viertal categorieën vast, voor welke hij de verhouding $R \cdot i / U^2 = A$ stelde op:

Cat.	Omschrijving:	A
I	Zeer gladde wanden (cement, geschaafd hout, beton)	$0{,}00015 \cdot \left(1 + \frac{0{,}03}{R}\right)$
II	Gladde wanden (planken, baksteenmetselwerk)	$0{,}00019 \cdot \left(1 + \frac{0{,}07}{R}\right)$
III	Weinig gladde wanden (breuksteenmetselwerk)	$0{,}00024 \cdot \left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right)$
IV	Aarden wanden	$0{,}00028 \cdot \left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right)$
waaraan Ganguillet en Kutter later toevoegden:		
V	Kiezelwanden	$0{,}00040 \cdot \left(1 + \frac{1{,}75}{R}\right)$

Omgewerkt in den tegenwoordig gangbaren vorm luiden deze formules:

Cat. I	$U = \frac{81{,}65}{\sqrt{1 + \frac{0{,}03}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$
Cat. II	$U = \frac{72{,}55}{\sqrt{1 + \frac{0{,}07}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$
Cat. III	$U = \frac{64{,}55}{\sqrt{1 + \frac{0{,}25}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$
Cat. IV	$U = \frac{59{,}76}{\sqrt{1 + \frac{1{,}25}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$
Cat. V	$U = \frac{50{,}00}{\sqrt{1 + \frac{1{,}75}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$

De algemeene geldigheid der formules.

Alle formules voor de berekening van leidingen en waterloopen stemmen hierin overeen, dat bij gelijkblijvende waarde van i, de gemiddelde snelheid U met de grootheid R toeneemt.

Nu is $R = \frac{F}{O}$; van dit quotient neemt F, het oppervlak van het doorstroomingsprofiel, toe met de tweede macht en O, de natte omtrek van dat profiel, toe met de eerste macht van de dimensie $[l]$. De weerstand door bodem en wanden uitgeoefend op de waterbeweging is evenredig met O, d.w.z. met de eerste macht van $[l]$. Hieruit volgt onmiddellijk, dat de weerstand per m² doorstroomingsprofiel en daarmede de invloed van den ruwheidsgraad op de waterbeweging afneemt, indien R grooter wordt.

De definitie van het begrip „algemeene geldigheid" luidt nu als volgt:

„een formule bezit een algemeene geldigheid, indien bij gelijkblijvende waarde van i, doch verschillende graden van ruwheid, de verhouding der gemiddelde snelheden bij toenemende waarden van R onafhankelijk van deze ruwheidsgraden nadert tot 1".

Ten aanzien van deze verhouding bestaan er 3 mogelijkheden:

A. De verhouding der gemiddelde snelheden nadert bij gelijke waarden van R en i tot een limietwaarde afhankelijk van de graden van ruwheid.

B. Deze verhouding nadert tot een limietwaarde, welke niet alleen afhankelijk is van de ruwheidsgraden, doch ook van één der grootheden R en i of van beide.

C. Deze verhouding nadert bij toenemende waarde van R onafhankelijk van de graden van ruwheid tot 1.

Alleen de formules, welke voldoen aan voorwaarde *C*, bezitten derhalve een algemeene geldigheid in den zin van bovenstaande definitie.

Tot de eerste groep behooren uit den aard van hun structuur de exponentieele formules.

In de verhandeling „Etude comparative des formules nouvellement proposées pour calculer le débit des canaux découverts", voorkomende in de *Annales des Ponts et Chaussées* jrg. 1871, wees Bazin er reeds op, dat de formules van den vorm:

$$R^m \cdot i^n = b \cdot U^p,$$

waarin b een getalwaarde voorstelt, afhankelijk van de geaardheid van bodem en wanden en m, n en p constanten zijn (de ouderwetsche schrijfwijze voor de formules $U = K \cdot R^p \cdot i^q$),

„slechts een beperkt gebied omvatten en divergeeren zoodra zij worden toegepast op gevallen, waarbij „de grootheden R en U een bepaalde limiet hebben „overschreden; toch kunnen zij voor een beperkt „gebied hun nut hebben".

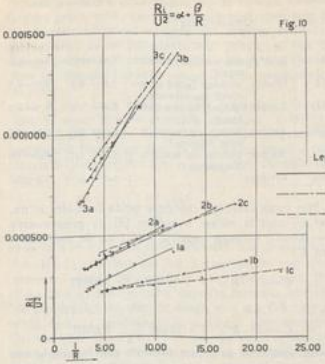
Voor de exponentieele formules is de verhouding der gemiddelde snelheden bij gelijkblijvende waarden van R en i:

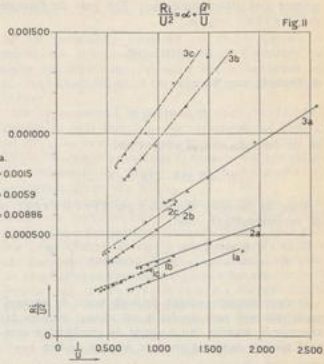
$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{K_2}{K_1},$$

onafhankelijk van R. Bij deze formules is derhalve van een limietwaarde, indien R nadert tot ∞, geen sprake.

Tot deze groep behoort ook de formule van Darcy en Bazin, meer bekend als de oude formule van Bazin:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$





Bij toenemende waarde van R nadert de verhouding

$$\frac{U_2}{U_1} = \sqrt{\frac{\alpha_1 + \frac{\beta_1}{R}}{\alpha_2 + \frac{\beta_2}{R}}} \text{ tot de limiet } \sqrt{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}},$$

Bij de tot deze groep behoorende formules ligt de limiet tusschen de grenzen 1 en een door de uiterste waarden der gladheids- c.q. ruwheidscoëfficiënten bepaalde getalwaarde.

Tot de tweede groep behooren o.m. de semi-exponentieele formules.

Voor de formule van Steevensz is:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{R^{10 \cdot n_2 + 0{,}49}}{R^{10 \cdot n_1 + 0{,}49}} = \frac{n_1}{n_2} \cdot R^{10 \cdot (n_2 - n_1)}$$

d.w.z. de verhouding der gemiddelde snelheden is een functie van n en R. Is $n_2 > n_1$, dan nadert deze verhouding bij toenemende waarde van R tot ∞, en voor $n_2 < n_1$ tot 0.

Tot de derde groep behooren de formules van Kutter, Bazin en Harder.

Voor de beide eerstgenoemde formules is:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1 + \frac{\gamma_1}{\sqrt{R}}}{1 + \frac{\gamma_2}{\sqrt{R}}},$$

welke verhouding bij toenemende waarde van R nadert tot 1.

Voor de formule van Harder is:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{c_2 + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}}{c_1 + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}} = \frac{\frac{c_2}{\sqrt{R}} + 7{,}254}{\frac{c_1}{\sqrt{R}} + 7{,}254} = 1$$

voor oneindig groote waarden van R.

De formule van Ganguillet-Kutter kan zoowel tot de tweede als tot de derde groep worden gerekend. Voor deze formule is:

$$\frac{U_2}{U_1} = f(n, R, i),$$

van welke verhouding bij toenemende waarde van R de limiet wordt:

$$\frac{23 + \frac{1}{n_2} + \frac{0{,}00155}{i}}{23 + \frac{1}{n_1} + \frac{0{,}00155}{i}} = \frac{\left(23 + \frac{1}{n_2}\right) \cdot i + 0{,}00155}{\left(23 + \frac{1}{n_1}\right) \cdot i + 0{,}00155} =$$

$$= f(n, i) \cdot$$

Aangezien echter bij zeer groote waarden van R het verhang zeer gering zal zijn, kunnen de termen $\left(23 + \frac{1}{n}\right) \cdot i$ tegenover 0,00155 worden verwaarloosd, zoodat ook voor deze formule de limietwaarde is te stellen op 1. Toch kan, op grond van de in een der vorige hoofdstukken beschreven onregelmatigheid bij groote waarden van R, aan deze formule geen algemeene geldigheid worden toegekend.

De formules behoorende tot de derde groep gaan bij groote waarden van R over in een vereenvoudigden vorm, waarin de ruwheids- c.q. gladheidscoëffi-

ciënten niet meer voorkomen. Zoo gaat de formule van Kutter over in:

$$U = 100 \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

de formule van Bazin in:

$$U = 87 \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

en de formule van Harder in:

$$U = 7{,}254 \cdot \sqrt{R} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

Voor de formule van Ganguillet-Kutter is de vereenvoudigde vorm:

$$U = \frac{0{,}00155}{i} \cdot \sqrt{R \cdot i} = 0{,}00155 \cdot \sqrt{\frac{R}{i}}.$$

In deze vereenvoudigde formule komt de onregelmatigheid wel zeer duidelijk tot uiting; immers bij afnemende waarde van i neemt de gemiddelde snelheid toe om oneindig groot te worden, indien $i = 0$.

Van de genoemde formules blijken alleen die van Kutter, Bazin en Harder een algemeene geldigheid te bezitten, afgezien van het feit, of zij bij groote waarden van R uitkomsten geven, welke met de werkelijkheid voldoende in overeenstemming zijn. Zoo geeft de vereenvoudigde formule van Harder veel grootere uitkomsten dan de vereenvoudigde formules van Kutter en Bazin, hetgeen blijkt uit de coëfficiënten C van deze formules, resp. $7{,}254 \cdot \sqrt{R}$, 100 en 87.

Uit het bovenstaande mag de conclusie worden getrokken, dat alleen dan de ruwheids- c.q. gladheidscoëfficiënten constant kunnen zijn voor een bepaalden graad van ruwheid bij iedere willekeurige waarde van R, indien de formules, waarvan deze coëfficiënten deel uitmaken, een algemeene geldigheid bezitten.

De formule van Gauckler-Manning.

In de *Annales des Ponts et Chaussées*, jrg. 1868, publiceerde Ph. Gauckler een tweetal formules voor de berekening van waterloopen, welker gebruik afhankelijk was gesteld van het waterspiegelverhang, n.l.:

$$U = K_1 \cdot R^{1/6} \cdot i^{1/2} \quad \text{voor } i > 0{,}0007$$

en

$$U = K_2 \cdot R^{1/6} \cdot i \quad \text{voor } i \leq 0{,}0007$$

waarin K_1 en K_2 gladheidscoëfficiënten voorstellen.

Gauckler zelf schreef deze formules in den vorm:

$$\sqrt{U} = \alpha \cdot \sqrt[4]{R} \cdot \sqrt[4]{i} \text{ en } \sqrt[4]{U} = \beta \cdot \sqrt[4]{R} \cdot \sqrt[4]{i}.$$

Voor de coëfficiënten α en β zouden dan de volgende cijfers gelden:

Cat.	Omschrijving:	α	β
I	Zeer gladde wanden (cement, tegels)	8,5—10,0	8,5—9,0
II	Gladde wanden (goed uitgevoerd metselwerk)	7,6— 8,5	8,0—8,5
III	Taluds bekleed, bodem onbekleed	6,8— 7,6	7,7—8,0
IV	Aarden bodem en wanden (niet begroeid)	5,7— 6,8	7,0—7,7
V	Aarden bodem en wanden (begroeid)	5,0— 5,7	6,6—7,0
VI	Rivieren	5,0— 5,7	6,4—7,0

Het merkwaardige van deze beide formules is nu, dat zij niet in elkaar overgaan bij de grenswaarde $i = 0{,}0007$, hetgeen dadelijk blijkt uit de coëfficiënten C:

$$C = \alpha^2 \cdot R^{1/3} \quad \text{voor } i > 0{,}0007$$

en

$$C = \beta^4 \cdot R^{1/3} \cdot i^{1/2} \quad \text{voor } i \leq 0{,}0007,$$

welke coëff. in de eerste formule een functie is van den gladheidscoëff. en de grootheid R en in de tweede formule bovendien nog van het waterspiegelverhang.

Voor $i = 0{,}0007$ zijn volgens beide formules bij verschillende waarden van R de grenswaarden berekend, waartusschen de coëff. C varieert, indien α varieert van 10,0 tot 5,0 en β van 9,0 tot 6,4:

Staat IX

R	$C = f(\alpha, R)$	$C = f(\beta, R, i)$
0,1	68,1 — 17,0	25,5 — 6,5
0,2	76,4 — 19,1	45,4 — 11,6
0,5	89,1 — 22,3	97,4 — 24,9
1,0	100,0 — 25,0	173,5 — 44,4
2,0	112,2 — 28,1	309,3 — 79,1
5,0	130,8 — 32,7	663,8 — 169,7
10	146,8 — 36,7	1182,7 — 302,4
100	215,4 — 53,9	8058,0 — 2050,5
∞	∞	∞

waaruit blijkt, dat vooral de tweede formule waarden voor C geeft, welke voor kleine waarden van R te klein en voor groote waarden van R vele malen te groot zijn. Bovendien zijn nog voor $i = 0{,}0003$, 0,0001 en 0,000 01 de grenswaarden der coëfficiënten C berekend volgens de tweede formule. Gevonden werd:

Staat X

R	$i = 0{,}0003$	$i = 0{,}0001$	$i = 0{,}000\,01$
0,1	16,7 — 4,3	9,6 — 2,6	3,0 — 0,8
0,5	63,6 — 16,3	36,8 — 9,4	11,6 — 3,1
1,0	113,5 — 29,1	65,6 — 16,8	20,7 — 5,3
5,0	433,9 — 111,1	250,8 — 64,2	79,2 — 20,3
10	773,4 — 199,0	446,9 — 114,5	141,2 — 36,2
100	5267,7 — 1349,0	3044,9 — 779,5	962,1 — 246,4

Ook uit dezen *staat* blijkt, dat de tweede formule cijfers geeft, welke zeer slecht overeenkomen met de C-waarden berekend volgens de overige formules, hetgeen in de eerste plaats een gevolg is van de hooge macht van R in den coëff. C. Als gevolg hiervan kan de tweede formule verder buiten beschouwing blijven.

R. Manning kwam in zijn publicatie „On the flow of water in open channels and pipes" (1890) tot de conclusie dat de eerste formule een uitgebreider geldigheid heeft dan door Gauckler werd verondersteld. Volgens Manning zou deze formule luiden:

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{\frac{2}{3}} \cdot i^{\frac{1}{2}}$$

waarin $n = n_G$ = de ruwheidscoëff. van Ganguillet-Kutter. Omtrent het bestaansrecht van deze formule voerde Manning aan, en volgens Ph. Forchheimer terecht, dat zijn formule, ondanks de omstandigheid, dat de coëff. van de Chézy in deze formule onafhankelijk is van i, zich evengoed bij de door Ganguillet en Kutter gebezigde metingen aansluit als de formule van laatstgenoemden zelf.

Het was ir. C. G. J. Vreedenburgh, die in zijn artikel „Beschouwingen over de exponentieele formule van Gauckler-Manning voor de berekening van buisleidingen en open kanalen", verschenen in *De Waterstaats-Ingenieur*, No. 9 — 1924, de aandacht vestigde op de formules van Manning en Gauckler-Manning. Tot goed begrip moge er op worden gewezen, dat het verschil tusschen beide formules slechts hierin bestaat, dat voor de eerstgenoemde geldt: $K = 1/n_G$, terwijl voor de formule van Gauckler-Manning de coëff. K onafhankelijk is van den ruwheidscoëff. van Ganguillet-Kutter.

Aan het artikel van ir. Vreedenburgh is het volgende ontleend:

Volgens Manning zou dus de betrekking gelden:

$$K = \frac{1}{n}.$$

Het moet zeker als een merkwaardig feit worden beschouwd, dat er een zoo eenvoudig verband schijnt te bestaan tusschen den gladheidscoëff. K van de exponentieele formule en de ruwheidsfactor n van de zeer ingewikkelde en in bouw geheel verschillende groote formule van Ganguillet en Kutter.

Voorts verscheen in Februari 1923 als no. 6 van de *Mitteilungen des Amtes für Wasserwirtschaft* in Zwitserland een boekje getiteld: „Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauhigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen", waarin Dr. A. Strickler naar aanleiding van een driehonderdtal door verschillende onderzoekers verrichte waarnemingen, zoowel in buizen als open leidingen met wanden van de meest uiteenloopende materialen, tot de conclusie komt, dat voor de turbulente stroming, waarmede men gewoonlijk in de practijk te doen heeft, het gebruik van de exponentieele formule van Gauckler-Manning ten zeerste moet worden aanbevolen. Daar echter de betrekking $K = \frac{1}{n}$ niet altijd evengoed bleek op te gaan, zal het aanbeveling verdienen om slechts gebruik te maken van direct empirisch gevonden K-waarden, in plaats van deze langs indirecten weg te berekenen uit de ruwheidscoëfficiënten n van Ganguillet en Kutter.

De exponentieele formule werd door Strickler getoetst en juist bevonden voor verhangen van 0,04‰ tot 25‰ en voor hydraulische stralen R van 0,037 tot 7,14 m. Hieruit volgt dus, dat de formule ook zou gelden voor verhangen veel kleiner dan de door Gauckler aangegeven grens van 0,7‰.

Tenslotte moge nog worden gewezen op een tweede artikel van Prof. Forchheimer in het *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure* van 20 October 1923 getiteld „Der Durchfluss des Wassers durch Werkgräben und Gerinnen", waarin de schrijver aan de hand van nieuwe waarnemingen nogmaals het gebruik der exponentieele formule van Gauckler-Manning aanbeveelt. De door Bazin verrichte waarnemingen zouden zelfs beter met deze formule overeenstemmen dan met die, welke door hem zelf werd opgesteld.

Uit het bovenstaande moge dus blijken, dat men de laatste jaren, zoowel in Amerika als Europa hoe langer hoe meer belangstelling is gaan toonen voor een formule, welke reeds 60 jaar oud is, doch om onbekende redenen tot voor kort door de meeste hydrotechnici slechts bij uitzondering werd toegepast.

Deze belangstelling moet allereerst worden verklaard door het feit, dat de formule van Gauckler-Manning, mits men beschikt over de juiste gladheidswaarden K, zeker niet minder nauwkeurig is dan b.v. de meer algemeen gebruikte formules van Bazin, Ganguillet-Kutter, Lang enz.

Bovendien heeft men echter het groote voordeel, dat de exponentieele vorm bijzonder geschikt is voor de berekening met logarithmen en grafisch op eenvoudige wijze in een rechtlijnig nomogram kan worden voorgesteld. Voorts bestaat er bij de formule van Gauckler-Manning een lineair verband tusschen de snelheid en de gladheidsfactor K, zoodat bij bepaalde waarden van R en i, de invloed van verschillende ruwheden der begrenzende vlakken op de watersnelheid veel gemakkelijker kan worden overzien dan b.v. bij de formules van Bazin of Ganguillet-Kutter.

In den aanhef van het geciteerde artikel verwijst ir. Vreedenburgh naar het in *Die Wasserkraft*, jrg. 1922, No. 7, voorkomende artikel van Prof. Forchheimer, getiteld „Scobey's Untersuchung über den Durchfluss durch Betongerinne", geschreven naar aanleiding van *Bulletin 852* van het United States Department of Agriculture: „The flow of water in concrete pipes" van Fred. C. Scobey.

In het laatstgenoemde geschrift worden de formules van Manning, de Chézy, Ganguillet-Kutter, Bazin en Williams-Hazen, welke laatste formule:

$$U = K \cdot R^{0,625} \cdot i^{\frac{1}{2}}$$

in Amerika veel wordt toegepast, aan de hand van een 84-tal waarnemingen, verdeeld in 20 series, onderling vergeleken.

Voor de formule van Manning ging Scobey uit van:

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{0,67} \cdot i^{1/2}$$

en kwam tot de conclusie, dat de n-waarden van Manning en Ganguillet-Kutter goed overeenkomen (zie *Aanhangsel*, staat *A*, kolommen *f* en *e*).

Uit de uitkomsten van deze waarnemingen trok Prof. Forchheimer de volgende conclusie:

„Niet zoo goed als met de formules van Manning en Ganguillet-Kutter komen de uitkomsten overeen met de formule van Williams-Hazen en bepaald slecht met die van de Chézy en van Bazin".

Dat deze uitkomsten veel beter in overeenstemming zouden zijn met de formule van Manning (lees: Gauckler-Manning) dan met de formule van Bazin, is, zooals hieronder zal worden aangetoond, niet juist.

In het artikel van Prof. Forchheimer worden van de 84 waarnemingen de volgende cijfers gegeven:

a. de hydraulische straal R in m;
b. de gemiddelde snelheid U in m/sec;
c. de waarden van $\frac{1}{n}$ en n uit de formule $U = \frac{1}{n} \cdot R^{0,67} \cdot i^{1/2}$;
d. de waarde van n volgens de formule van Ganguillet-Kutter; en
e. de coëff. van de Chézy.

Het blijkt nu, dat de onder *e* genoemde *C*-waarden niet overeenkomen met die, welke volgen uit de onder *a* en *c* genoemde waarden van R en n. De verschillen blijken aanmerkelijk grooter te zijn dan uit het verwaarloozen van decimalen kan worden verklaard. In verband hiermede zijn voor alle waarnemingen de *C*-waarden, welke voor het artikel van Prof. Forchheimer van nagenoeg geen belang zijn, opnieuw becijferd volgens de formule $C = \frac{1}{n} \cdot R^{0,17}$ en met de aldus gevonden C-waarden de betrekkelijke waarden van γ berekend met de formule $\gamma = \frac{87 - C}{C} \cdot \sqrt{R}$.

Terwijl de n-waarden van Gauckler-Manning varieeren van 0,0099 tot 0,0155 (*staat A*, kolom *f*), blijken de uiterste γ-waarden -0,009 en 0,365 te zijn (kolom *j*). Nu zijn volgens het hoofdstuk „De coëfficiënt η en de coëfficiënt van de Chézy" de aequivalente waarden van $\gamma = -0,009$ en 0,365 te stellen op resp. $n = 0,0114$ en 0,0157; de uit de γ-waarden afgeleide n-waarden blijken zich derhalve binnen een minder uitgestrekt gebied te bewegen dan de direct uit de metingen verkregen n-waarden. In aansluiting hierop is aan de hand van de grafieken Bazin — Gauckler-Manning (*fig. 1*) en Bazin — de Chézy (*fig. 4*) nagegaan, dat van de 84 waarnemingen de in onderstaanden *staat* genoemde aantallen tot de volgende categorieën behooren:

Gat.	Gaukler-Manning	Bazin	de Chézy
I	65	30	18
II	15	49	41
III	4	5	20
IV	—	—	5

Uit het bovenstaande mag de conclusie worden getrokken, dat het verschil in bruikbaarheid tusschen de formules van Gauckler-Manning en Bazin niet groot kan zijn.

De uitkomsten der enkele waarnemingen, vereenigd tot één categorie, zijn nu op de volgende wijze bewerkt (*staat A*).

Nadat, zooals hierboven reeds is aangegeven, voor elke waarneming de coëfficiënten C en γ waren becijferd, zijn de gemiddelde waarden van n en γ vastgesteld:

$$n_{gem} = \frac{\Sigma n}{84} = \frac{1,0296}{84} = 0,0122 \text{ en } \gamma_{gem} = \frac{\Sigma \gamma}{84} = \frac{12,332}{84} = 0,147.$$

Met deze gemiddelden zijn, wederom voor elke waarneming, berekend de coëfficiënten:

$$C_{G\text{-}M} = \frac{1}{0,0122} \cdot R^{0,17} \text{ en } C_B = \frac{87}{1 + \frac{0,147}{\sqrt{R}}}$$

(kolommen *g* en *k*) en daarna de verschillen $C_{G\text{-}M} - C$ (kolommen *h* en *i*) en $C_B - C$ (kommen *l* en *m*) bepaald. De som der absolute verschillen bedraagt nu voor de formule van Gauckler-Manning: 204,7 + 190,1 = 394,8 en voor die van Bazin: 228,2 + 208,8 = 437,0.

De gemiddelde afwijking van de met den gemiddelden ruwheidscoëff. becijferde *C*-waarde t.o.v. den werkelijken coëff. *C* der enkele waarneming wordt dan bepaald door het quotient van de som der absolute verschillen en de som der werkelijke coëfficiënten *C*; in procenten uitgedrukt bedraagt zij voor de formules van Gauckler-Manning en Bazin resp.:

$$\frac{394,8}{\Sigma C} \cdot 100 = \frac{39\,480}{5\,857,0} = 6,74\% \text{ en } \frac{437,0}{\Sigma C} \cdot 100 = \frac{43\,700}{5\,857,0} = 7,46\%.$$

Eveneens is voor de reeks series de gemiddelde afwijking berekend (zie *Aanhangsel, staat B*). Voor elke serie zijn de verschillen $C'_{G\text{-}M} - C'$ en $C'_B - C'$ bepaald, waarbij C', $C'_{G\text{-}M}$ en C'_B de gemiddelden voorstellen van de overeenkomstige coëfficiënten der tot één serie behoorende waarnemingen. Deze afwijking bedraagt voor de formules van Gauckler-Manning resp.:

$$\frac{55,7 + 64,5}{1\,352,9} \cdot 100 = 8,88\% \text{ en } \frac{48,2 + 71,3}{1\,352,9} \cdot 100 = 8,83\%.$$

Als gemiddelde fout is nu aangenomen de gemiddelde waarde van de beide hierboven becijferde gemiddelde afwijkingen, voor de formules van Gauckler-Manning en Bazin te stellen op resp.:

$$\frac{6{,}74 + 8{,}88}{2} = 7{,}81\% \text{ en } \frac{7{,}46 + 8{,}83}{2} = 8{,}15\%.$$

Hieruit volgt, dat de gemiddelde fouten zich verhouden als 1 : 1,044, zoodat de formule van Bazin practisch even bruikbaar moet worden geacht als de formule van Gauckler-Manning.

Voor het berekenen van leidingen volgens de formule van Gauckler-Manning met behulp van nomogrammen moge worden verwezen naar de publicatie van ir. A. L. Verwoerd: „Een eenvoudige berekeningswijze voor leidingen en waterloopen" en van ir. A. G. Beckeringh van Loenen: „Berekening van tertiaire leidingen", resp. voorkomende in *De Waterstaats-Ingenieur*, No. 9 — 1931 en No. 10 — 1932, terwijl voor algemeen gebruik een nomogram voorkomt in het geciteerde artikel van ir. Vreedenburgh.

De formule van Steevensz.

In *De Waterstaats-Ingenieur* 1916 komen van de hand van ir. J. M. Steevensz een tweetal artikelen voor, getiteld: „Over snelheden, waterdiepten en verhangen in kanalen met hoogstens 10 m bodembreedte" en „Grafieken voor de berekening van open kanalen".

In het eerstgenoemde artikel ging ir. Steevensz uit van het verband tusschen het debiet, de toe te laten snelheid en de verhouding $\frac{\text{bodembreedte}}{\text{waterdiepte}}$, zooals dit was vastgesteld in de Irrigatie-Afdeeling Pekalen-Sampean:

Staat XI

Taluds 2 : 3

Q	U	b/h	b	h
0,150	0,30	1,5	0,65	0,40
1,5	0,50	2	1,85	0,925
4,5	0,60	3	3,90	1,29
11,0	0,65	5	8,05	1,61

Met behulp van de formule van Ganguillet-Kutter, welke „het minst van alle formules afwijkt van de door directe meting verkregen uitkomsten", werd bij taludhellingen 1 : 1, 2 : 3 en 1 : 2 (nieuwe schrijfwijze) het bijbehoorende verhang berekend, terwijl tevens werd nagegaan, welke wijziging i ondergaat, indien de waterdiepte verandert. Het bleek, dat voor deze kanalen het verband tusschen h en i bij gelijkblijvend oppervlak van het doorstroomingsprofiel practisch te verwaarloozen is. Ir. Steevensz schrijft nu:

„Practisch kan men dus zeggen, dat bij een bepaalde Q en U een bepaalde i behoort. Getracht is nu dit verband tusschen Q, U en i in formule te brengen.

In Chézy's formule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$ is de coëff. C volgens Ganguillet-Kutter:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}}$$

een functie van den gemiddelden straal R, den ruwheidscoëff. n en het verhang i. Uit de daarvoor bestaande tabellen is echter te zien, dat voor verhangen van $i = 0{,}0002$ tot $0{,}0100$ de i van weinig invloed is op de grootte van C, zoodat de C dan vrijwel alleen afhankelijk is van R en n, en dus bij een bepaalden ruwheidscoëff. ($n = 0{,}025$ voor aarden wanden) de C nog slechts een functie van R is.

Worden de verschillende waarden van R en de daarbij behoorende gemiddelde waarden van C resp. als abscissen en ordinaten uitgezet, dan wordt een kromme verkregen, die voor waarden van R, gelegen tusschen 0,20 en 1,20, benaderd is door een lijn van de vergelijking:

$$C = 40 \cdot R^{0{,}24}, \quad \text{.....} \quad (1)$$

$R = 0{,}20$ tot $1{,}20$ zijn de waarden, waartusschen voor de in *staat XI* voorkomende profielen de R schommelt. Voor deze leidingprofielen mag verder als gemiddelde straal aangenomen worden:

$$R = 0{,}3 \cdot \sqrt{F} \quad \text{.....} \quad (2)$$

waarin F de natte doorsnede voorstelt.

Substitueert men deze benaderingen voor C en voor R in de formule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$, dan wordt:

$$U = 7{,}78 \cdot i^{0{,}345} \cdot Q^{0{,}270}, \quad \text{.....} \quad (3)$$

Door middel van grafische interpolatie werden nu voor een aantal tusschen de in *staat XI* genoemde debieten de bijbehoorende snelheden bepaald en de verhangen berekend met behulp van formule (3). Tevens legde ir. Steevensz de waterdiepten vast, eveneens door grafische interpolatie, welke waterdiepten zouden kunnen worden aangehouden onafhankelijk van de te bezigen taludhelling:

Staat XII

Q	U	i	h
0,075	0,25	0,00056	0,31
0,150	0,30	0,00055	0,40
0,30	0,35	0,00050	0,52
0,60	0,40	0,00044	0,64
1,0	0,45	0,00042	0,78
1,5	0,50	0,00041	0,92
2,0	0,53	0,00039	1,03
2,5	0,55	0,00037	1,11
3,0	0,57	0,00036	1,19
3,5	0,58	0,00032	1,22
4,0	0,59	0,00031	1,26
4,5	0,60	0,00030	1,29
5,0	0,61	0,00029	1,33
6,0	0,62	0,00027	1,39
7,0	0,63	0,00025	1,45
8,0	0,635	0,00023	1,50
9,0	0,64	0,00022	1,54
10,0	0,645	0,00020	1,58
11,0	0,65	0,00019	1,61

Het blijkt, dat voor de kleinere debieten de afwijking van het volgens formule (3) becijferde verhang t.o.v. het verhang berekend met de formule van Ganguillet-Kutter grooter is dan voor de grootere debieten, echter belangrijk kleiner dan t.o.v. het met de formule van Bazin berekende. Op grond van dit laatste zag ir. Steevensz er van af om voor kleinere debieten een formule op te stellen, welke zich beter aan de formule van Ganguillet-Kutter zou aansluiten dan de voorgestelde.

In het tweede artikel bepaalde ir. Steevensz een benaderingsformule voor kanalen met gladde wanden voor verhangen van 0,0002 tot 0,0100, wederom gebaseerd op de formule van Ganguillet-Kutter, waarbij als ruwheidscoëff. werd aangenomen $n_G = 0{,}015$. Hierbij was echter geen vast verband tusschen het debiet en de snelheid aangenomen, slechts mag de waterdiepte niet te groot of te klein zijn t.o.v. de afmetingen van het profiel. De coëff. C kan nu worden benaderd door:

$$C = 71 \cdot R^{0,216}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

In verband met de omstandigheid, dat gladde wanden hoofdzakelijk beperkt blijven tot kanalen met kleine profielen, werd in plaats van $R = 0{,}30 \cdot \sqrt{F}$ ingevoerd $R = 0{,}36 \cdot \sqrt{F}$, waaruit volgt:

$$U = 13{,}5 \cdot i^{0,568} \cdot Q^{0,264}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Op geheel overeenkomstige wijze werd voor kanalen met zeer onregelmatige aarden wanden, gebaseerd op $n_G = 0{,}040$, gevonden:

$$C = 25 \cdot R^{0,224}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

zoodat met invoering van $R = 0{,}30 \cdot \sqrt{F}$ de formule van Ganguillet-Kutter kan worden benaderd door:

$$U = 5{,}437 \cdot i^{0,564} \cdot Q^{0,271}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

In *De Waterstaats-Ingenieur* Nos. 5 en 6 — 1918 publiceerde ir. Steevensz een voortzetting op de beide hierboven aangehaalde artikelen, getiteld: „Nieuwe formules en grafieken voor het berekenen van open kanalen met regelmatige aarden wanden". Hierin leidde hij voor verschillende graden van ruwheid, zooals deze hoofdzakelijk in de irrigatiepractijk voorkomen, een meer algemeene en op eenvoudige wijze in nomogramvorm grafisch voor te stellen formule van de structuur:

$$U = a \cdot i^{p} \cdot Q^{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

af. Deze betrekking zou dan bij gemis aan voldoende gegevens afgeleid moeten worden uit de formules van Bazin en Ganguillet-Kutter.

Uitgegaan werd van de volgende categorieën van aarden wanden:

Cat.	Omschrijving	Ruwheidscoëfficiënt
I	Aarden bodem en bemetselde taluds	$n = 0{,}0200$ ($\gamma = 0{,}74$)
II	Aarden bodem en met steen bezette taluds of zeer regelmatige aarden wanden	$\gamma = 0{,}85$ ($n = 0{,}0213$)
III	Regelmatige aarden wanden	$n = 0{,}0225$ ($\gamma = 0{,}9575$)
IV	Tamelijk regelmatige aarden wanden	$n = 0{,}0250$ ($\gamma = 1{,}175$)

Voor categorie IV had ir. Steevensz reeds gevonden:

$$C = 40 \cdot R^{0,24} = \frac{1}{0{,}025} \cdot R^{0,24}$$

op grond waarvan hij nu voorstelde:

$$C = \frac{1}{n} \cdot R^{10 \cdot n - 0,01}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

waarin n = de ruwheidscoëff. van Ganguillet-Kutter, of indien de ruwheidscoëff. van Bazin wordt ingevoerd:

$$C = \frac{87}{1 + \gamma} \cdot R^{0,115 \cdot \gamma + 0,105}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Voor de 4 bovengenoemde categorieën wordt nu de coëff. C:

Cat. I	$C = 50{,}0 \cdot R^{0,19}$
„ II	$C = 47{,}0 \cdot R^{0,20}$
„ III	$C = 44{,}5 \cdot R^{0,215}$
„ IV	$C = 40{,}0 \cdot R^{0,24}$

Deze C-waarden sluiten in het algemeen goed aan bij de C-waarden volgens de formules van Bazin en Ganguillet-Kutter.

Wordt nu $C = \frac{1}{n} \cdot R^{10 \cdot n - 0,01}$ gesubstitueerd in de formule van de Chézy, dan ontstaat de formule:

$$U = \frac{1}{n} \cdot R^{10 \cdot n + 0,49} \cdot i^{1/2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

welke nu nog moet worden getransformeerd tot $U = a \cdot i^{p} \cdot Q^{r}$, d.w.z. de grootheid R moet worden vervangen door Q.

Opnieuw stelde ir. Steevensz $R = e \cdot \sqrt{F}$, hierbij uitgaande van het verband tusschen de gemiddelde stroomsnelheid en het debiet, voorgesteld door:

$$U = 0{,}41 \cdot Q^{0,225}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

terwijl hij voor de meest gewenschte waterdiepte h_o bij gegeven snelheid de formule van Kennedy invoerde:

$$h_o = 2{,}54 \cdot U^{1,56} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Met behulp van deze beide formules werd voor debieten van 0,250 tot 25 m^3/sec en taludhellingen 1 : 1, 2 : 3 en 1 : 2 als gemiddelde waarde van den coëff. e, welke varieerde van 0,33 tot 0,28, vastgesteld: $e = 0{,}30$.

Wordt nu in formule (**11**) gesubstitueerd:

$$R = 0{,}30 \cdot \sqrt{F} = 0{,}30 \frac{Q^{1/2}}{U^{1/4}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathbf{14})$$

dan ontstaat tenslotte de formule:

$$U = n^{\frac{1}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot 0{,}30^{\frac{10 \cdot n + 0{,}49}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot Q^{\frac{5 \cdot n + 0{,}245}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot i^{\frac{1}{10 \cdot n + 2{,}49}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathbf{15})$$

Op geheel overeenkomstige wijze kunnen nog de volgende formules worden afgeleid:

$$F = n^{\frac{1}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot 0{,}30^{\frac{10 \cdot n + 0{,}49}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot Q^{\frac{1}{5 \cdot n + 1{,}245}} \cdot i^{\frac{1}{10 \cdot n + 2{,}49}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\mathbf{16})$$

en

$$i = n^2 \cdot 0{,}30^{-(20 \cdot n + 0{,}98)} \cdot U^2 \cdot F^{-(10 \cdot n + 0{,}49)} \quad (\mathbf{17})$$

Voor de 4 categorieën gaan deze formules over in:

Cat.	$U = f(Q, i)$	$F = f(Q, i)$	$i = f(U, F)$
I	$U = 9{,}88 \cdot Q^{0{,}256} \cdot i^{0{,}372}$	$F = 0{,}101 \cdot Q^{0{,}744} \cdot i^{-0{,}372}$	$i = 0{,}00212 \cdot U^2 \cdot F^{-0{,}690}$
II	$U = 9{,}28 \cdot Q^{0{,}260} \cdot i^{0{,}370}$	$F = 0{,}108 \cdot Q^{0{,}740} \cdot i^{-0{,}370}$	$i = 0{,}00247 \cdot U^2 \cdot F^{-0{,}703}$
III	$U = 8{,}67 \cdot Q^{0{,}264} \cdot i^{0{,}368}$	$F = 0{,}115 \cdot Q^{0{,}736} \cdot i^{-0{,}368}$	$i = 0{,}00283 \cdot U^2 \cdot F^{-0{,}715}$
IV	$U = 7{,}71 \cdot Q^{0{,}270} \cdot i^{0{,}365}$	$F = 0{,}130 \cdot Q^{0{,}730} \cdot i^{-0{,}365}$	$i = 0{,}00372 \cdot U^2 \cdot F^{-0{,}740}$

welke formules in nomogramvorm zijn vereenigd in het bekende „Album van Steevensz".

Zooals hierboven reeds is uiteengezet, berusten deze formules op de benadering $R = 0{,}30 \cdot \sqrt{F}$, waarin de coëff. $e = 0{,}30$ werd afgeleid met inachtneming van de formules (**12**) en (**13**). Tot welke verhouding $\frac{\text{bodembreedte}}{\text{waterdiepte}}$ deze beide hulpformules aanleiding geven, moge blijken uit den volgenden *staat*, waarin tevens zijn bijgevoegd de verhoudingsgetallen voor taludhellingen 2 : 3, zooals deze grafisch geïnterpoleerd zijn uit *staat XI:*

Q	1 : 1	2 : 3	1 : 2	Pekalen-Sampean 2 : 3
0,250	3,78	3,28	2,78	1,55
0,500	4,14	3,64	3,14	1,65
1,0	5,15	4,65	4,15	1,80
2,5	5,19	4,69	4,19	2,35
5,0	5,65	5,15	4,65	2,65
10,0	5,98	5,48	4,98	4,70
25,0	6,35	5,85	5,35	—

Nu is:

$$e = \frac{R}{\sqrt{F}} = \frac{\sqrt{F}}{Q} = \frac{\sqrt{(b + m \cdot h) \cdot h}}{b + 2 \cdot h \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{b}{h} + m}} = \frac{1}{\frac{b}{h} + 2 \cdot \sqrt{m^2 + 1}},$$

waaruit volgt, dat de coëff. e een functie is van de verhouding $\frac{\text{bodembreedte}}{\text{waterdiepte}}$ en de taludhelling.

Aangezien met de door ir. Steevensz gestelde beperkingen ten aanzien van den vorm der dwarsprofielen in de irrigatiepractijk weinig of geen rekening meer wordt gehouden, is de coëff. e bepaald voor verschillende waarden van b/h:

b/h	1 : 1 ($m = 1$)	2 : 3 ($m = 1{,}5$)	1 : 2 ($m = 2$)
1	0,37	0,34	0,32
2	0,36	0,33	0,31
3	0,34	0,32	0,30
4	0,33	0,31	0,29
5	0,31	0,30	0,28
6	0,30	0,29	0,27

Uit dezen *staat* blijkt duidelijk, dat, naarmate de kanaalprofielen, d.w.z. de verhoudingen b/h, grooter worden, de afwijkingen bij gebruik der nomogrammen zullen toenemen. Ir. Steevensz heeft dan ook zeer terecht de verdeeling op den schaaldrager Q niet verder aangebracht dan tot 30 m^3/sec.

Waar de verhouding $\frac{\text{bodembreedte}}{\text{waterdiepte}}$ voor de kanaalprofielen, waarvoor deze nomogrammen gelden, maximaal op 6 moet worden gesteld, lijkt de keuze $e = 0{,}32$ meer gemotiveerd dan $e = 0{,}30$.

De formule van Bazin.

In een studie, getiteld „Etude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts", verschenen in de *Annales des Ponts et Chaussées* jrg. 1897, werd door H. Bazin tegen de formule van Darcy en Bazin:

$$U = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

een tweetal bedenkingen geopperd:

1e. tusschen de coëfficiënten α en β, van welke de laatste veel sneller met den ruwheidsgraad toeneemt dan de eerste, blijkt geen verband te bestaan, zoodat bij het uitvoeren van berekeningen met deze formule een keuze moet worden gedaan voor 2 coëfficiënten;

2e. deze formule bezit geen algemeene geldigheid.

Met het oog hierop verving Bazin de term $1 : \sqrt{\alpha + \frac{\beta}{R}}$ door $1 : (\alpha' + \frac{\beta'}{\sqrt{R}})$ en veronderstelde de coëff. α' constant, waarmede de beide bezwaren waren weggenomen. Op deze wijze ontstond een formule van geheel gelijke structuur als de toen reeds 30 jaar bestaande formule van Kutter, waarin $\alpha' = \frac{1}{100}$ en $\beta' = \frac{b}{100}$. Waar het nu op aankwam, was de juiste waarde van α' te vinden.

Bazin ging nu als volgt te werk.

Op de X- en Y-as van een rechthoekig assenkruis werden resp. $\frac{1}{\sqrt{R}}$ en $\frac{\sqrt{R \cdot i}}{U}$ lineair uitgezet. De formule:

$$U = \frac{1}{\alpha' + \frac{\beta'}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i} \quad \text{of} \quad \frac{\sqrt{R \cdot i}}{U} = \alpha' + \frac{\beta'}{\sqrt{R}}$$

wordt dan voorgesteld door een bundel rechte lijnen, waarvan de vergelijking luidt:

$$y = \alpha' + \beta' \cdot x$$

en waarin β' de parameter is. Deze lijnenbundel snijdt de Y-as in het punt met ordinaat α', terwijl de parameter de tangens der hoeken voorstelt, welke deze lijnen met de X-as maken, welke hoeken dan een maat voor den graad van ruwheid zijn.

In dit assenkruis werden de uitkomsten van een zeer groot aantal metingen in kunstmatige en natuurlijke waterloopen als punten uitgezet, elke meting afzonderlijk of, indien voor een serie metingen de grootheden R gelijk waren, de geheele serie als één punt, in welk geval het gemiddelde der gevonden waarden $\frac{\sqrt{R \cdot i}}{U}$ de ordinaat van dit punt voorstelde. Deze metingen betroffen het geheele gebied tusschen kunstmatige goten en aquaducten met zeer gladde wanden (R varieerend van 0,05 tot 2,00 m) en groote rivieren met zeer onregelmatige wanden.

Bazin hield aanvankelijk de 4 door hem bij de formule van Darcy en Bazin vastgestelde categorieën aan, uitgebreid met die, welke door Ganguillet en Kutter hieraan was toegevoegd; later breidde hij dit vijftal nog uit met de categorie IIIbis, zoodat tenslotte de reeds vermelde indeeling ontstond.

Hij stelde nu den eisch, dat de met deze categorieën correspondeerende lijnen in de eerste plaats zoo goed mogelijk moesten aansluiten aan een aantal puntverzamelingen, elk behoorende tot één serie metingen, en tevens moesten gaan door één punt op de Y-as, welke voorwaarde noodzakelijk is voor de algemeene geldigheid der formule. Immers de ordinaat van het gemeenschappelijke snijpunt van alle lijnen van den lijnenbundel is dan onafhankelijk van de hoeken, welke deze lijnen met de X-as maken. Valt dit snijpunt nu op de Y-as, dan zijn de coördinaten van dit punt:

$$x = \frac{1}{\sqrt{R}} = 0, \text{ d.w.z. } R = \infty,$$

$$y = \alpha' = \frac{\sqrt{R \cdot i}}{U} = \frac{1}{C};$$

derhalve geeft de reciproke waarde van de ordinaat van het snijpunt den coëff C voor $R = \infty$, d.i. de limietwaarde van C onafhankelijk van den graad van ruwheid.

Bazin stelde nu als snijpunt dezer lijnen het punt $x = 0$, $y = 0{,}0115$ vast. De vergelijking van den lijnenbundel werd nu:

$$y = 0{,}0115 + \beta' \cdot x.$$

Voor de 6 lijnen, voorstellende de series metingen, welke maatgevend zouden zijn voor de verschillende categorieën, varieerde de parameter β' van 0,0007 voor zeer gladde wanden tot 0,0202 voor zeer onregelmatige aarden wanden. Wordt deze vergelijking nu nog geschreven in den vorm $y = 0{,}0115 \cdot (1 + \gamma \cdot x)$, waarin $\gamma = \frac{\beta'}{0{,}0115} = 87 \cdot \beta$, dan luidt de formule, welke door dezen lijnenbundel wordt voorgesteld:

$$\frac{\sqrt{R \cdot i}}{U} = 0{,}0115 \cdot (1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}) \quad \text{of} \quad U = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

Bazin deelt nog mede, dat de coëff. γ, hoewel in geringe mate, afhankelijk is van het verhang. Uit de metingen in kunstmatige waterloopen, waarbij de ruwheidsgraad van bodem en wanden beihoorde tot de beide eerste categorieën, bleek, dat de term $\alpha' + \frac{\beta'}{\sqrt{R}}$ toeneemt, indien i afneemt, doch bij de andere categorieën bleek juist het tegenovergestelde het geval te

zijn. De invloed van i op de γ-waarde was echter te gering om hiermede rekening te houden.

In het reeds meergenoemde artikel: „Beschouwingen over de exponentieele formule van Gaucklerr-Manning voor de berekening van buisleidingen en open kanalen" wijst ir. Vreedenburgh op een tweetal metingen, door hem verricht in de toevoerleiding van het W. K. W. Oebroeg, waarbij γ-waarden werden gevonden van — 0,024 en 0,005. Ook in de metingen van Scobey (zie *staat A*) komt een negatieve waarde van γ voor, n.l. — 0,009, welke echter t.o.v. de andere γ-waarden in dezelfde serie (No. 71) een zeer geïsoleerde plaats inneemt.

Een negatieve waarde van γ geeft een C-waarde, welke hooger is dan 87, d.w.z. hooger dan de limiet van dezen coëff. bij toenemende waarde van R.

Had Bazin bij de uitkomsten van zijn proefnemingen en bij de bewerking van aan andere onderzoekers ontleende metingen eveneens negatieve γ-waarden gevonden, dan zou het snijpunt van den lijnenbundel met de Y-as zeker lager zijn uitgevallen, immers het door Bazin vastgestelde punt $x = 0$, $y = 0{,}0115$ is slechts een vrij grove benadering, niet alleen omdat de rechte lijnen benaderingen zijn, maar ook omdat deze lijnen elkaar bovendien niet in één punt snijden. Had Bazin in plaats van $y = 0{,}0115$ gevonden $y = 0{,}0111$, dan ware dit zeker niet minder gemotiveerd geweest. De met laatstgenoemde y-waarde correspondeerende formule luidt:

$$U = \frac{90}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i};$$

in stede van $\gamma = -0{,}024$ en 0,005 zou nu zijn gevonden $\gamma = 0{,}013$ en 0,037.

Bij een nadere bestudeering van de grafische voorstelling van Bazin kwam schrijver dezes tot de conclusie, dat, indien er sprake is van een lijnenbundel, het gemeenschappelijke snijpunt zal liggen aan de andere zijde van de Y-as, d.w.z. in een punt, waarvan de abscis negatief is. In dat geval snijdt de lijnenbundel de Y-as in verschillende punten en wel zoodanig, dat de ordinaat van het snijpunt toeneemt met den ruwheidscoëfficiënt.

Hiermede gaat echter de algemeene geldigheid van de formule verloren.

Gevonden werd: $x = -0{,}3$, $y = 0{,}0097$. De lijnenhandel wordt nu voorgesteld door de vergelijking:

$$y = 0{,}0097 + \beta' \cdot (x + 0{,}3).$$

De ordinaat van het snijpunt met de Y-as is nu $y = 0{,}0097 + 0{,}3 \cdot \beta'$. Varieert β' weer van 0,0007 tot 0,0202, hetgeen ongeveer juist is, dan varieert y van 0,00991 tot 0,01576, d.w.z. de C-waarde bij $R = \infty$ van 100,9 voor zeer gladde wanden tot 63,5 voor zeer onregelmatige aarden wanden. De formule voorgesteld door dezen lijnenbundel is:

$$U = \frac{103}{1 + \gamma \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{R}} + 0{,}3\right)} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

Toegepast op de beide metingen van ir. Vreedenburgh werd voor de waarden van γ gevonden resp. 0,122 en 0,138.

Alvorens over te gaan tot de bespreking van de aan de formule van Bazin nauw verwante formule van Kutter en de formule van Ganguillet-Kutter zijn eerst de door Humphreys en Abbot in de Mississippi verrichte metingen aan een nader onderzoek onderworpen, aangezien de resultaten van deze metingen van grooten invloed zijn geweest op de opstelling van deze beide formules en wel voornamelijk op die van Ganguillet-Kutter.

Critiek op de metingen van Humphreys en Abbot in de Mississippi.

Zooals reeds in het hfdst. „Het verhang" is aangestipt, werden in het jaar 1851 door de Amerikaansche onderzoekers Humphreys en Abbot metingen verricht in de Mississippi (zie o.m. het artikel van E. Beyerhaus in het *Zentralblatt der Bauverwaltung*, Heft 27: „Die Trugschlüsse aus den Mississippi-Messungen von Humphreys und Abbot und der fehlerhafte Bau der Ganguillet-Kutter'schen Formel").

Deze metingen, welke, zooals hieronder nader zal worden uiteengezet, als vrijwel waardeloos moeten worden beschouwd, zijn alleen hierom van belang, omdat de formule van Ganguillet-Kutter haar onoverzichtelijken en ingewikkelden vorm voornamelijk te danken heeft aan het streven een formule op te stellen, welke zoo goed mogelijk zou aansluiten aan de uitkomsten van deze metingen. Ook bij het opstellen van de formule van Kutter hebben deze metingen, hoewel in geringer mate, een rol gespeeld.

Van deze meetresultaten werd o.m. het volgende tiental gepubliceerd:

Staat XIII

Plaats	No.	R in m	i	U in m/sec	$C = \frac{U}{\sqrt{R \cdot i}}$
Carrollton	1	21,95	0,000 0205	1,81	85,1
	2	22,09	0,000 0171	1,79	92,2
	3	22,41	0,000 0034	1,23	140,4
	4	22,67	0,000 0038	1,21	129,9
Columbus	1	20,08	0,000 0680	2,12	57,5
Vicksburg	1	9,50	0,000 0223	1,07	73,5
	2	15,89	0,000 0303	1,69	76,9
	3	17,48	0,000 0481	1,93	66,2
	4	19,67	0,000 0436	2,08	70,9
	5	19,54	0,000 0638	2,12	59,9

Uit de geschriften van Kutter, betrekking hebbende op het opstellen van de zgn. „nieuwe formule", blijkt, dat de 4 nabij Carrollton verrichte metingen, welke meer gedetailleerd in *staat XIV* voorkomen, de meeste aandacht hebben gehad en wel in het bijzonder Nos. 3 en 4, welke metingen onmiddellijk in het oog springen door het zeer geringe waterspiegelverhang, in verband waarmede voor de coëfficiënten van de Chézy de zeer hooge waarden $C = 140{,}4$ en 129,9 werd gevonden.

Staat XIV

No.	Peilschalstand in eng. voet bij Carrollton	Debiet in m³/sec	Oppervlak doorstroomingsprofiel in m²	Breedte waterspiegel in m	Natte omtrek doorstroomingsprofiel in m	Grootste waterdiepte in m	Hydraulische straal in m	Waterspiegelverhang	Gemiddelde snelheid in m/sec	Coëff. van de Chézy	Lengte riviersrekking in m
		Q	F	B	O	H_{max}	R	i	U	C	
1	15,4	32 562	18 019	802,50	820,80	41,45	21,95	0,000 02051	1,81	85,1	2 600
2	15,4	32 562	18 148	809,50	821,70	41,45	22,09	0,000 01713	1,79	92,2	3 200
3	10,6	20 670	16 812	737,90	750,10	39,93	22,41	0,000 00342	1,23	140,4	2 600
4	11,0	20 670	17 062	740,30	752,40	40,23	22,67	0,000 00384	1,21	129,9	3 200

De metingen 1 en 3 hebben betrekking op de rond 2 600 m lange rivierstrekking *AB* (zie *fig. 12*), terwijl voor de metingen 2 en 4 deze strekking met ongeveer 630 m was verlengd tot *C*.

De grootheden *F*, *B*, *O* en H_{max} stellen de gemiddelde waarden voor, beciifend uit een groot aantal in beide strekkingen opgemeten dwarsprofielen; de opgegeven waarden van *R* zijn uit deze gemiddelden bepaald.

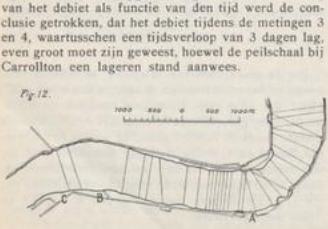
Het valt nu direct op, dat bij de vrijwel gelijke grootheden *F*, *B*, *O* en *R* en bij gelijke peilschaalstanden, het verhang gevonden bij meting 2 ruim 15% lager is dan bij meting 1.

De oorzaak hiervan is gemakkelijk aan te wijzen.

De voor het verhang opgegeven cijfers, met behulp waarvan de coëff. *C* is bepaald, betreffen het verhang van den waterspiegel, terwijl juist, zooals reeds werd uiteengezet, de grootheid *i* moet worden gedefinieerd als het verhang van de energielijn. Dat het gemiddelde waterspiegelverhang bij meting 2 lager is dan bij meting 1 wijst op een vertraging van de waterbeweging in de strekking *BC*, en inderdaad blijkt dit het geval te zijn, immers de gemiddelde waarde van het oppervlak van het doorstroomingsprofiel is in de strekking *AC* (meting 2) grooter dan in de strekking *AB* (meting 1). In verband hiermede moet het maatgevend verhang bij meting 2 grooter zijn geweest dan het waterspiegelverhang, waaruit volgt, dat de berekende waarde $C = 92{,}2$ te hoog is.

Voor meting 3 heeft blijkens mededeeling der onderzoekers geen debietwaarneming plaats gehad, doch uit een door hen opgestelde grafische voorstelling van het debiet als functie van den tijd werd de conclusie getrokken, dat het debiet tijdens de metingen 3 en 4, waartusschen een tijdsverloop van 3 dagen lag, even groot moet zijn geweest, hoewel de peilschaal bij Carrollton een lageren stand aanwees.

Fig. 12.



Zooals te verwachten is, is ook bij meting 4 de gemiddelde waarde van *F* grooter dan bij meting 3. Het bevreemdt daarom, dat ondanks de ook hier opgetreden vertraging in de waterbeweging, het verhang van den waterspiegel bij meting 4 grooter is geweest dan bij meting 3.

De eenige verklaring, welke hiervoor te vinden is, is wel deze, dat het opmeten van het gemiddelde waterspiegelverhang niet met de noodige nauwkeurigheid heeft plaats gehad, hetgeen juist met het oog op het bij beide metingen zeer geringe verhang zeker niet onwaarschijnlijk moet worden geacht.

Het peil van den waterspiegel werd langs de oevers op verschillende plaatsen afgelezen met peilschalen verdeeld in 0,1′ (= 3 cm). Nu bedroeg voor meting 3 het verschil in waterspiegelhoogte aan het boven- en benedenstroomsche einde van de strekking *AB*:

$$2\,600 \cdot 0{,}000\,00342 = 0{,}89 \text{ cm} = 0{,}03'.$$

Het behoeft geen betoog, dat de peilschaalverdeeling in 0,1′ voor het beoogde doel als veel te onnauwkeurig moet worden beschouwd en rekening dient te worden gehouden met waarschijnlijke afleesfouten van 0,02′.

Is nu aan de bovenstroomsche zijde van de strekking in de aflezing een fout gemaakt van 0,02′ in positieven zin en aan de benedenstroomsche zijde een gelijke fout in negatieven zin, dan zou voor het gemiddelde waterspiegelverhang zijn gevonden 0,000 00821 in plaats van 0,000 00342 en voor den coëff. van de Chézy $C = 90{,}6$ i.p.v. $C = 140{,}4$.

Verder valt het op, dat de grootheid *R* bij de metingen 1 en 2 kleiner is dan bij de metingen 3 en 4, terwijl toch de waterstand bij de laatstgenoemde metingen lager is geweest.

Dit is een gevolg van de omstandigheid, dat bij de beide eerstgenoemde metingen een strook (uiterwaard of deel ervan) met een gemiddelde breedte van 65 — 70 m en een t.o.v. den hoofdstroom geringe waterdiepte is medegerekend (vgl. *B* en H_{max} in *staat XIV*). Bij het hooger worden van den waterstand nam nu het oppervlak van het doorstroomingsprofiel in verhouding minder snel toe dan de omtrek daarvan, hetgeen ook blijkt uit de opgegeven waarden van *F* en *O*, immers terwijl *F* toeneemt met 6% neemt *O* toe met ongeveer 10%.

Hieruit mag worden afgeleid, dat inderdaad de grootheden *R* bij de metingen 1 en 2 te klein zijn t.o.v.

die bij de metingen 3 en 4. In vergelijking met meting 4 zou bij meting 2 het oppervlak van het doorstroomingsprofiel F niet grooter mogen zijn geweest dan:

$$17\,062 + 740{,}30 \cdot (41{,}45 - 40{,}23) = 17\,965 \text{ m}^2$$

en de natte omtrek O:

$$752{,}40 + 2 \cdot (41{,}45 - 40{,}23) = 754{,}80 \text{ m}$$

waaruit volgt:

$$R = \frac{17\,965}{754{,}80} = 23{,}80 \text{ m},$$

d.i. ongeveer 8% grooter, zoodat alleen op grond hiervan de coëff. C 4% kleiner had moeten zijn.

De 4 hierboven besproken metingen hebben plaats gehad in een strekking onmiddellijk benedenstrooms van een zeer scherpe bocht in de rivier. Nu is het algemeen bekend, dat benedenstrooms van een kromming het water nog geruimen tijd een dwars op den stroom gerichte heen en weer gaande beweging maakt, als gevolg waarvan langs de oevers vrij sterke schommelingen optreden, resulteerend in een golfbeweging in de lengterichting van de rivier.

In verband hiermede is het onmogelijk om langs de oevers van een rivier het verhang van den waterspiegel te meten, indien de afstand van het bovenstroomsche einde van de strekking, waarover de meting plaats heeft, tot aan de kromming kleiner is dan 5 tot 10 maal de breedte van den waterspiegel.

Uiteraard zal deze golfbeweging zich verder voortzetten, naarmate de waterdiepte grooter is, als gevolg van de grootere massa, welke aan deze golfbeweging deelneemt, en de geringe wrijving langs den omtrek.

Bovendien zijn de strekkingen, in verband met de onnauwkeurige wijze, waarop het verschil in waterspiegelhoogte werd afgelezen, veel te kort genomen.

Uit het bovenstaande mag de conclusie worden getrokken, dat de uitkomsten van deze 4 metingen in hooge mate onbetrouwbaar zijn.

Van de 6 overige door Humphreys en Abbot verrichte metingen kan het volgende worden vermeld.

De meting bij Columbus moet eveneens als onbetrouwbaar worden aangemerkt; de beschouwde strekking bleek tamelijk onregelmatig te zijn en werd aan de benedenstroomsche zijde afgesloten door een eiland, ten gevolge waarvan vooral aan de benedenstroomsche zijde een onregelmatige waterbeweging moet hebben geheerscht.

De metingen bij Vicksburg hebben plaats gehad in een strekking, welke als regelmatig wordt beschreven. Uit een onderlinge vergelijking der metingen 4 en 5 (zie *staat XIII*) kan echter wel worden afgeleid, dat ook hier bij het opmeten van het verschil in waterspiegelhoogte aan het boven- en benedenstroomsche einde belangrijke afleesfouten moeten zijn gemaakt, zoodat ook aan deze metingen geen grootere betrouwbaarheid mag worden toegekend.

Uit deze metingen leidden Humphreys en Abbot de volgende formule af:

$$\sqrt{U} = \sqrt{\frac{0{,}002333}{\sqrt{R} + 0{,}457}} + \sqrt{68{,}72 \cdot R_1 \cdot \sqrt{i}} - \sqrt{\frac{0{,}002333}{\sqrt{R} + 0{,}457}},$$

waarin:

$$R = \frac{\text{oppervlak doorstroomingsprofiel}}{\text{natte omtrek}}$$

en

$$R_1 = \frac{\text{oppervlak doorstroomingsprofiel}}{\text{natte omtrek} + \text{waterspiegelbreedte}},$$

welke formule werd vereenvoudigd tot:

$$\sqrt{U} = \sqrt[4]{69 \cdot R_1 \cdot \sqrt{i}} - 0{,}0214.$$

H. Grebenau verbeterde in zijn: „Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen" (1867) deze formule tot:

$$U = \beta \cdot k_1 \cdot \sqrt{R_1 \cdot \sqrt{i}},$$

waarin $k_1 = 8{,}28972$ en β afhankelijk is van het oppervlak van het doorstroomingsprofiel:

F in m²	β
< 1	0,8543
1 — 5	0,8796
5 — 20	0,3890
20 — 400	0,9223
> 400	0,9459

Aangezien deze formule in hoofdzaak geldt voor zeer breede rivieren, kan de grootheid R_1 worden vervangen door $\frac{1}{2} \cdot R$; hieruit volgt:

$$U = 8{,}29 \cdot \sqrt{\tfrac{1}{2} \cdot \beta \cdot R^{1/2} \cdot i^{1/4}} = 5{,}86 \cdot \beta \cdot R^{1/4} \cdot i^{1/8},$$

welke formule in het algemeen wordt aangeduid met den naam Humphreys-Abbot—Grebenau.

Naar aanleiding van de uitkomsten van deze metingen werden in de jaren 1881—'82 opnieuw metingen verricht in de Mississippi.

De uitkomsten van deze metingen zijn samengevat in *staat XV*.

Staat XV

Plaats	Nos.	R in m	i	U in m/sec	C_{gem}
Carrollton	1 — 7	17,56 — 18,50	0,000 0097 — 0,000 0112	0,90 — 1,23	78,7
	8 — 14	17,43 — 20,00	0,000 0127 — 0,000 0143	1,19 — 1,62	87,7
	15 — 16	19,08 — 19,23	0,000 0165	1,60 — 1,80	95,2
Fulton	1 — 3	9,02 — 9,27	0,000 0144 — 0,000 0191	0,67 — 0,72	55,9
	4	10,03	0,000 0209	0,86	59,5
	5 — 7	11,98 — 12,53	0,000 0176 — 0,000 0513	1,23 — 1,37	52,6
	8 — 9	16,31 — 16,47	0,000 0617 — 0,000 0740	2,28 — 2,36	69,4

Ook deze metingen zijn niet van voldoende betrouwbaarheid gebleken om hieruit verstrekkende conclusies te mogen trekken. Zoo was b.v. bij Carrollton voor het bepalen van de gemiddelde snelheid en het gemiddelde waterspiegelverhang een strekking uitgekozen, waarin een scherpe bocht voorkwam.

Dat door verschillende onderzoekers zooveel aandacht is gewijd aan de meetresultaten van Humphreys en Abbot moet hieraan worden toegeschreven, dat vóór dien tijd nog geen metingen in groote rivieren hadden plaats gehad, zoodat zich eerst na de publicatie van de verkregen uitkomsten de gelegenheid voordeed de geldigheid van de bestaande formules ook voor groote waarden van R en kleine waarden van i te onderzoeken en zoonoodig met deze meetresultaten in overeenstemming te brengen.

Zooals reeds aan het begin van dit hoofdstuk werd vermeld, hebben vooral de 4 bij Carrollton verrichte metingen aanleiding gegeven tot vergaande conclusies.

Gaven deze metingen geen direct uitsluitsel betreffende het verband tusschen de gemiddelde snelheid en de grootheid R, wel echter omtrent het verband tusschen de gemiddelde snelheid en het gemiddelde waterspiegelverhang bij groote waterdiepte. Uitgaande van de algemeene formule:

$$U = K \cdot R^p \cdot i^q$$

kan bij onderlinge vergelijking van de uitkomsten dezer metingen de invloed van R worden geëliminneerd, aangezien R is te stellen op 22 m. De exponent q kan nu worden bepaald uit:

$$\frac{U_1}{U_2} = \left(\frac{i_1}{i_2}\right)^q \text{ of } q = \frac{\log U_1 - \log U_2}{\log i_1 - \log i_2}.$$

Door combineering worden dan voor q de volgende waarden gevonden:

	q		q
1 — 2	0,0618	2 — 3	0,2329
1 — 3	0,2157	2 — 4	0,2619
1 — 4	0,2404	3 — 4	—0,0142

De gemiddelde waarde van q is nu te stellen op 0,164; worden echter de eerste en de laatste waarde verwaarloosd, dan bedraagt het gemiddelde 0,238. Op grond van deze gemiddelden werden door Hagen en Grebenau formules opgesteld, waarin het verhang voorkomt onder den 6den resp. 4den machtswortel.

Andere onderzoekers trokken hieruit de conclusie, dat bij het toenemen van R de invloed van het waterspiegelverhang zou afnemen, omdat metingen verricht in waterloopen met $R \leq 2$ m reeds overtuigend hadden aangetoond, dat voor deze waterloopen de gemiddelde snelheid evenredig gesteld diende te worden met den 2den machtswortel van het waterspiegelverhang.

(Slot volgt).

3e JAARGANG
NUMMER 12

DE INGENIEUR
IN NEDERLANDSCH-INDIË

DECEMBER
1936

VI. WATERBOUWKUNDE.

INHOUD: Beschouwingen over een 9-tal formules van den vorm $U = f(\eta, R, i)$ voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke waterloopen, door ir. J. P. der Weduwen. — Varia.

Beschouwingen over een 9-tal formules van den vorm $U = f(\eta, R, i)$ voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke waterloopen

door

ir. J. P. DER WEDUWEN,

ingenieur bij 's Lands Waterstaat ter besch. v/d Prov. West-Java te Batavia-C.

(*Slot*)

De formule van Kutter.

Deze formule, welke door den Zwitserschen ingenieur W. R. Kutter werd ontwikkeld in zijn verhandeling: „Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Kanälen und regelmässigen Flussstrecken" in de *Allgemeine Bauzeitung* Jrg. 1870, is te beschouwen als een poging om zooveel mogelijk met één enkele formule alle meetresultaten te omvatten, welke aan het opstellen der formules van Humphreys-Abbot, Darcy-Bazin en Gauckler ten grondslag hebben gelegen.

Hiertoe ging Kutter uit van de formule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$, met het doel een nieuwen coëff. C op te stellen, welke zoo goed mogelijk zou aansluiten aan de coëfficiënten C der bovengenoemde formules, met uitsluiting evenwel van die in deze coëfficiënten tot uitdrukking komende eigenschappen, welke als niet aanvaardbaar moeten worden beschouwd.

Van deze formules is volgens Humphreys-Abbot — Grebenau:

$$C = \frac{5{,}86 \cdot \beta}{i^{1/4}},$$

volgens Darcy-Bazin:

$$C = \sqrt{\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{R}}},$$

en volgens Gauckler:

$$C = \alpha^2 \cdot R^{1/6} \qquad \text{voor } i > 0{,}000\,7$$

en

$$C = \beta^4 \cdot R^{5/6} \cdot i^{1/2} \qquad \text{voor } i \leq 0{,}000\,7$$

Kutter schrijft nu:

„Ofschoon deze uitdrukkingen voor C onderling ver uiteenloopen en deze bij de formule van Humphreys-Abbot — Grebenau slechts van het verhang en in zeer geringe mate van R, bij de formule van Darcy-Bazin en de eerste formule van Gauckler slechts van R en den ruwheidsgraad en bij de tweede formule van Gauckler van R, i en den ruwheidsgraad afhankelijk zijn, geven deze formules, elk binnen bepaalde grenzen, goede, met de metingen overeenstemmende resultaten.

Zoo geeft de Amerikaansche formule goede uitkomsten bij natuurlijke waterloopen met gering verhang, doch onbruikbare, indien het verhang groot is, terwijl de formules van Darcy-Bazin en Gauckler bij alle waterloopen goede uitkomsten opleveren, behalve juist bij groote rivieren met gering verhang. In dit laatste geval varieert de coëff. C in de tweede formule van Gauckler tegengesteld aan dien in de formule van Humphreys-Abbot — Grebenau, want in de eerstgenoemde formule neemt de coëff. C toe met het verhang, terwijl uit de metingen in de Mississippi het tegengestelde bleek".

Dat in de formule van Humphreys-Abbot — Grebenau geen ruwheidscoëff. voorkomt, acht Kutter geen bezwaar, immers deze formule geldt speciaal voor zeer groote waterloopen, waarbij de graad van ruwheid van bodem en wanden nagenoeg geen invloed meer heeft op de afstrooming.

Als gevolg van het ontbreken van een ruwheidscoëff. is deze formule als algemeen geldig te beschouwen. De formules van Darcy-Bazin en Gauckler bezitten daarentegen geen algemeene geldigheid. Voor de formule van Darcy-Bazin wordt de coëff. C, indien $R = \infty$:

Cat.	$C_{(R = \infty)}$	Verschil
I	81,65	9,10
II	72,55	8,00
III	64,55	4,79
IV	59,76	9,76
V	50,00	

terwijl voor de beide formules van Gauckler $C = \infty$ voor $R = \infty$; de onderlinge verschillen tusschen de coëfficiënten C voor de verschillende categorieën zijn echter eveneens oneindig groot. De formules van Darcy-Bazin en Gauckler komen in zooverre met elkaar overeen, dat $C = 0$ voor $R = 0$.

Kutter stelde nu de volgende voorwaarden vast, waaraan de nieuwe formule zou moeten voldoen:

1e) voor $R = 0$ is $C = 0$;

2e) voor $R = \infty$ is de waarde van C constant voor elken graad van ruwheid, d.w.z. de formule moet algemeen geldig zijn;

3e) zoo goed mogelijk aangepast aan de meetresultaten van Humphreys en Abbot in de Mississippi.

Als grondvorm koos Kutter de formule van Darcy-Bazin.

Omdat de decimaalbreuken α en β gemakkelijk aanleiding kunnen geven tot vergissingen, werd deze formule als volgt omgewerkt:

$$\frac{1}{\alpha + \frac{\beta}{R}} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\beta}{R}}{\alpha + \frac{\beta}{R}} = \frac{1}{\alpha} - \frac{\frac{\beta}{\alpha^2}}{R + \frac{\beta}{\alpha}};$$

wordt nu nog $\frac{1}{\alpha} = a$ en $\frac{1}{\beta} = b$ gesteld, dan gaat de formule van Darcy-Bazin over in:

$$U = \sqrt{a - \frac{a \cdot b}{R + b}} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

Deze formule voldoet reeds dadelijk aan de *1e* voorwaarde. Om aan de *2e* voorwaarde te kunnen voldoen moet a constant zijn, terwijl b dan den ruwheidscoëff. voorstelt. De grootheden a en b werden nu echter te groot, wat getalwaarde betreft, derhalve werd de vorm $\sqrt{a - \frac{a \cdot b}{R + b}}$ vervangen door:

$$a - \frac{a \cdot b}{\sqrt{R + b}}.$$

Kutter schreef nu zijn formule in den vorm:

$$U = (a - \frac{a \cdot b}{\sqrt{R + b}}) \cdot \sqrt{R \cdot i},$$

welke nu nog kan worden vereenvoudigd tot:

$$U = \frac{a}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}.$$

Zoowel de metingen in de Mississippi als in kleinere rivieren verricht, wezen uit, dat de coëff. a niet constant kan zijn, doch afhankelijk is van i; uit metingen verricht in kunstmatige waterloopen bleek de invloed van het verhang echter zoo gering te zijn, dat deze kon worden verwaarloosd. Waar deze formule in de eerste plaats bestemd zou zijn voor kunstmatige waterloopen, was het invoeren van een constante waarde voor a alleszins gemotiveerd.

Kutter had nu nog de voorwaarde gesteld, dat zijn formule zoo goed mogelijk moest aanpassen aan de meetresultaten van Humphreys en Abbot. Aangezien bij deze metingen de invloed van de geaardheid van bodem en wanden kon worden verwaarloosd, stelde hij $a = C$. Aangezien C varieert van 57,5 tot 140,4 koos Kutter voor a het gemiddelde van deze uiterste waarden, derhalve: $a = \frac{57,5 + 140,4}{2} = 100$, welke waarde eveneens goed aansluit aan de resultaten der door Darcy en Bazin verrichte metingen.

Hieruit volgt dan:

$$U = (100 - \frac{100 \cdot b}{\sqrt{R + b}}) \cdot \sqrt{R \cdot i} = \frac{100}{1 + \frac{b}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot i}$$

Met behulp van deze formule bepaalde Kutter nu de waarde van den ruwheidscoëff. b uit de metingen van Darcy in goten met zeer gladde wanden en uit metingen verricht in waterloopen met zeer onregelmatige aarden wanden en vond als uiterste waarden: $b = 0,12$ en $b = 2,44$. Hiertusschen stelde Kutter, zonder metingen als basis, een tiental waarden van b vast, waarbij geen nadere omschrijving van de door deze b-waarden bepaalde graden van ruwheid werd gegeven.

De formule van Ganguillet-Kutter.

De hierboven besproken formule van Kutter is te beschouwen als de vereenvoudigde vorm van de door hem in samenwerking met E. Ganguillet opgestelde formule, welke voor het eerst werd gepubliceerd in het *Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines*, Jrg. 1869 *).

Bij het opstellen van deze in verschillende opzichten merkwaardige formule werd wederom uitgegaan van de grondformule $U = C \cdot \sqrt{R \cdot i}$, waarvan de coëff. C aan de volgende voorwaarden moest voldoen:

1e) afhankelijk van den graad van ruwheid, doch zoodanig, dat de invloed daarvan afneemt, naarmate R toeneemt;

2e) toenemend met toenemende waarde van R;

3e) afnemend met toenemende waarde van i voor groote waterloopen;

4e) toenemend met toenemende waarde van i voor kleine waterloopen.

Van deze voorwaarden werd de derde vastgesteld naar aanleiding van de uitkomsten der metingen verricht in de Mississippi en verschillende Zwitsersche rivieren, terwijl de vierde haar ontstaan te danken heeft aan een aantal meetresultaten van Bazin.

Om een indruk te krijgen van het verband tusschen de gemiddelde snelheid en het waterspiegelverhang stelden Ganguillet en Kutter, indien voor twee of meer metingen de graad van ruwheid en de grootheid R gelijk waren:

$$U_2 : U_1 = \sqrt[s]{i_2} : \sqrt[s]{i_1}.$$

Op deze wijze werd van een 251-tal onderling vergelijkbare metingen de machtswortel s bepaald:

*) Deze jaargang is, voor zoover bekend, in Ned.-Indië niet aanwezig.

Staat XVI.

s	aantal metingen	s	aantal metingen
1	40	3	16
1,5	65	3,5	8
2	81	4	4
2,5	30	4,5	7

De s-waarden 1 t/m 2,5 hebben betrekking op de kleinere waterloopen, terwijl de waarden 4 en 4,5 werden gevonden uit de metingen in de Mississippi.

Ganguillet en Kutter leidden hun formule op de volgende wijze af, waarbij tot grondslag werd gekozen de formule:

$$C = a - \frac{a \cdot b}{\sqrt{R} + b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

welke reeds dadelijk aan de tweede voorwaarde voldoet.

Bij de formules van Darcy-Bazin, Gauckler en Kutter wordt de coëff. C voor $R = 1$ m voorgesteld door resp: $\frac{1}{\alpha + \gamma}$, $\frac{1}{\alpha^2}$ en $\frac{100}{1 + b}$, waaruit blijkt, dat voor deze waarde van R de coëff. C alleen afhankelijk is van den graad van ruwheid. Zij stelden nu in de af te leiden formule voor $R = 1$ m: $C = \frac{1}{n}$, waarin n de nieuwe ruwheidscoëff. is. Hieruit volgt nu:

$$\frac{1}{n} = a - \frac{a \cdot b}{1 + b} = \frac{a}{1 + b} \text{ of } b = a \cdot n - 1 \quad \ldots \quad (2)$$

Deze waarde van b gesubstitueerd in (1) geeft:

$$C = a - \frac{a \cdot (a \cdot n - 1)}{\sqrt{R} + a \cdot n - 1} = \frac{a \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{R} + a \cdot n - 1} = \frac{a}{1 + \frac{a \cdot n - 1}{\sqrt{R}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Nu moet volgens de derde en vierde voorwaarde de coëff. C een functie zijn van i en wel zoodanig, dat deze voor kleine waarden van R toeneemt, doch voor groote waarden van R afneemt bij toenemende waarden van i.

Wordt nu (3) gedifferentieerd naar a:

$$dC = \frac{(1 - \frac{1}{\sqrt{R}}) \cdot da}{(1 + \frac{a \cdot n - 1}{\sqrt{R}})^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

dan blijkt hieruit, dat dC positief is voor waarden van $R < 1$ m en negatief voor $R > 1$ m, indien da negatief is, d.w.z. indien a afneemt met toenemende waarde van i. De eenvoudigste vorm voor a is nu:

$$a = p + \frac{q}{i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

waarin p en q constante getallen zijn. Formule (3) gaat dan over in:

$$C = \frac{p + \frac{q}{i}}{1 + \frac{(p + \frac{q}{i}) \cdot n - 1}{\sqrt{R}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

waaruit volgt:

$$p + \frac{q}{i} = \frac{C \cdot (\sqrt{R} - 1)}{\sqrt{R} - C \cdot n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Met behulp van deze laatste formule werden de waarden van p en q bepaald aan de hand van een groot aantal meetresultaten. Voor de grootheid p werden echter waarden gevonden, welke in het algemeen kleiner waren, naarmate de ruwheidscoëff. grooter was. Als gemiddelde stelden Ganguillet en Kutter vast: $p = 23 + \frac{1}{n}$, terwijl voor q werd gevonden: 0,00155. Worden deze waarden van p en q ingevuld in (6), dan ontstaat de formule:

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}} \quad \ldots \quad (8)$$

Dat deze formule voldoet aan de eerste voorwaarde volgt uit de in het hoofdstuk: „De algemeene geldigheid der formules" afgeleide vereenvoudigde formule voor zeer groote waarden van R:

$$U = 0{,}00155 \cdot \sqrt{\frac{R}{i}},$$

waarin de ruwheidscoëff. ontbreekt.

Indien de formule van Ganguillet-Kutter kan worden omgevormd tot een formule van de gedaante:

$$U = (\frac{1}{n})^a \cdot R^b \cdot i^c$$

of:

$$C = (\frac{1}{n})^a \cdot R^{b - \frac{1}{2}} \cdot i^{c - \frac{1}{2}} = (\frac{1}{n})^a \cdot R^b \cdot i^c \quad \ldots \quad (9)$$

dan zullen de exponenten a, b en c uiteraard functies zijn van de grootheden n, R en i.

Ganguillet en Kutter stelden bij gelijke waarden van n en R:

$$U_2 : U_1 = \sqrt[s]{i_2} : \sqrt[s]{i_1},$$

waaruit volgt:

$$C_2 : C_1 = i_2^{\frac{1}{s} - \frac{1}{2}} : i_1^{\frac{1}{s} - \frac{1}{2}} = i_2^z : i_1^z \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

Nu is volgens (9) bij gelijke waarden van n en R:

$$C_2 : C_1 = (\frac{1}{n})^{a_2} \cdot R^{b_2} \cdot i_2^{c_2} : (\frac{1}{n})^{a_1} \cdot R^{b_1} \cdot i_1^{c_1} \quad \ldots \quad (11)$$

waarin a_2, b_2 en c_2 functies zijn van n, R en i_2 en a_1, b_1 en c_1 dezelfde functies van n, R en i_1. Uit (**10**) en (**11**) kan nu worden afgeleid:

$$(\frac{1}{a})^{a_2} \cdot R^{b_2} \cdot i_2^{c_2} : (\frac{1}{n})^{a_1} \cdot R^{b_1} \cdot i_1^{c_1} = i_2^{z} : i_1^{z}$$

waaruit volgt, dat de exponent z een functie is van n, R, i_1 en i_2. Dat dit inderdaad het geval is, blijkt duidelijk uit het volgende staatje:

$C_2 : C_1 = i_2^z : i_1^z$		$R = 5{,}00$ m $n = 0{,}0200$	$R = 2{,}00$ m $n = 0{,}0200$	$R = 5{,}00$ m $n = 0{,}0250$
i_2	i_1	z	z	z
0,005 000	0,000 500	−0,0074	−0,0035	−0,0081
0,005 000	0,000 050	−0,0315	−0,0146	−0,0336
0,000 500	0,000 050	−0,0556	−0,0257	−0,0590

Met de volgende waarden van i_1 en i_2 worden echter geheel andere waarden voor z gevonden:

		$R = 5{,}00$ m $n = 0{,}0200$	$R = 2{,}00$ m $n = 0{,}0200$	$R = 5{,}00$ m $n = 0{,}0250$
i_2	i_1	z	z	z
0,005 500	0,005 000	−0,0019	−0,0008	−0,0022
0,000 550	0,000 500	−0,0169	−0,0080	−0,0186
0,000 055	0,000 050	−0,1044	−0,0469	−0,1070

Uit beide staatjes blijkt overtuigend, dat de waarde van z behalve van n en R in hooge mate afhankelijk is van de waarden van i_1 en i_2, zoodat de door Ganguillet en Kutter opgegeven waarden van s (zie *staat XVI*) slechts zeer betrekkelijk zijn.

Het is nu mogelijk om den exponent z, in den vervolge de momentane exponent z genoemd, te bepalen zonder bij gelijke waarden van n en R twee C-waarden onderling te vergelijken.

Stelt men, indien n en R constant zijn:

$$\frac{C + \triangle C}{C} = (\frac{i + \triangle i}{i})^{z}$$

dan is:

$$\frac{\lg (C + \triangle C) - \lg C}{\triangle C} \cdot \frac{\triangle C}{\triangle i} = z \cdot \frac{\lg (i + \triangle i) - \lg i}{\triangle i}$$

of:

$$\frac{d \lg C}{di} = z \cdot \frac{d \lg i}{di}$$

waaruit volgt:

$$z = \frac{d \lg C}{d \lg i} = \frac{d \lg C}{dC} \cdot \frac{dC}{di} \cdot \frac{di}{d \lg i} =$$

$$= \frac{1}{C} \cdot \frac{dC}{di} \cdot i = \frac{i \cdot dC}{C \cdot di} =$$

$$= \frac{\frac{0{,}00155}{i} \cdot (\frac{1}{\sqrt{R}} - 1) \cdot \left\{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot n\right\} \cdot n}{\cdot \left\{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}\right\}} \quad \text{.....} \quad (12)$$

Op geheel overeenkomstige wijze kan nu, indien n en i constant zijn, de momentane exponent y van R worden gevonden uit:

$$\frac{C + \triangle C}{C} = (\frac{R + \triangle R}{R})^{y},$$

waaruit volgt:

$$y = \frac{d \lg C}{d \lg R} = \frac{R \cdot dC}{C \cdot dR} = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{i}}{2 \cdot (\frac{\sqrt{R}}{n} + 23 + \frac{0{,}00155}{i})} \quad \text{.....} \quad (13)$$

en de momentane exponent x van $\frac{1}{n} = K$, indien R en i constant zijn, uit:

$$\frac{C + \triangle C}{C} = (\frac{K + \triangle K}{K})^{x},$$

waaruit volgt:

$$x = \frac{d \lg C}{d \lg K} = \frac{K \cdot dC}{C \cdot dK} =$$

$$= \frac{\left\{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot n\right\}^2 + \sqrt{R} - 1}{\left\{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot n\right\} \cdot \left\{1 + (23 + \frac{0{,}00155}{i}) \cdot \frac{n}{\sqrt{R}}\right\} \cdot \sqrt{R}} \quad \text{.....} \quad (14)$$

De momentane exponenten x, y en z zijn nu berekend voor een achttal waarden van R en een drietal waarden van i voor $n = 0{,}0125$ en $n = 0{,}0300$.

Staat XVII

	R \ n	x	y	z
		0,0125 — 0,0300	0,0125 — 0,0300	0,0125 — 0,0300
i = 0,005 000	0,2	1,169 — 1,199	0,197 — 0,305	0,0022 — 0,0026
	0,5	1,066 — 1,086	0,146 — 0,249	0,0009 — 0,0011
	1	1	0,113 — 0,206	0
	2	0,945 — 0,919	0,085 — 0,165	−0,0007 — −0,0011
	5	0,890 — 0,827	0,058 — 0,119	−0,0015 — −0,0023
	10	0,859 — 0,770	0,042 — 0,091	−0,0019 — −0,0031
	25	0,829 — 0,711	0,028 — 0,061	−0,0023 — −0,0038
	100	0,803 — 0,654	0,014 — 0,033	−0,0026 — −0,0046
i = 0,000 500	0,2	1,176 — 1,197	0,211 — 0,318	0,0209 — 0,0234
	0,5	1,070 — 1,086	0,161 — 0,263	0,0083 — 0,0103
	1	1	0,123 — 0,220	0
	2	0,945 — 0,917	0,094 — 0,178	−0,0070 — −0,0098
	5	0,881 — 0,819	0,064 — 0,130	−0,0141 — −0,0214
	10	0,848 — 0,759	0,047 — 0,099	−0,0181 — −0,0286
	25	0,815 — 0,696	0,031 — 0,068	−0,0219 — −0,0361
	100	0,786 — 0,633	0,016 — 0,036	−0,0255 — −0,0435
i = 0,000 050	0,2	1,199 — 1,165	0,301 — 0,392	0,1140 — 0,0949
	0,5	1,085 — 1,078	0,244 — 0,348	0,0490 — 0,0447
	1	1	0,202 — 0,309	0
	2	0,920 — 0,906	0,162 — 0,267	−0,0459 — −0,0485
	5	0,829 — 0,802	0,116 — 0,210	−0,0982 — −0,1138
	10	0,773 — 0,720	0,088 — 0,169	−0,1304 — −0,1605
	25	0,716 — 0,626	0,060 — 0,122	−0,1631 — −0,2145
	100	0,660 — 0,521	0,032 — 0,070	−0,1950 — −0,2749

Hoewel dit reeds voor den momentanen exponent z volgt uit de formule:

$$\left(\frac{1}{n}\right)^{a_2} \cdot R^{b_2} \cdot i_2^{c_2} : \left(\frac{1}{n}\right)^{a_1} \cdot R^{b_1} \cdot i_1^{c_1} = i_2^{z} : i_1^{z} ,$$

moge er nog op worden gewezen, dat de momentane exponenten x, y en z niet identiek zijn met de exponenten a, b en c van formule (9).

De formule van Beyerhaus.

In *Der Bauingenieur*, Jrg. 1921 Nos. 18 en 19, verscheen van de hand van E. Beyerhaus: „Geschwindigkeitsformeln für Wasserläufe und massgebendes Gefälle; Mängel der Ganguillet-Kutter'schen Formel und Darlegung eines geeigneten Ersatzes". In dit artikel publiceerde Beyerhaus zijn formule:

$$U = K \cdot R^{0,70} \cdot i^{0,46} ,$$

getoetst aan de formules van Ganguillet-Kutter en de Chézy met behulp van een 89-tal meetresultaten verdeeld in 25 series, waarbij de grootheid R varieerde van 0,24 m tot 20,65 m en de grootheid i van 0,014 200 tot 0,000 0223.

Het was zijn bedoeling een formule op te stellen, welke zoo goed mogelijk zou aansluiten aan de formule van Ganguillet-Kutter, ondanks de bezwaren, welke tegen deze formule kunnen worden ingebracht.

Beyerhaus ging nu uit van:

$$C = K \cdot R^{p} \cdot i^{q} ,$$

waarin p en q beide constanten zijn. Deze exponenten werden bepaald uit:

$$C_2 : C_1 = R_2^{p} : R_1^{p} \ (i = \text{constant})$$

en

$$C'_2 : C'_1 = i_2^{q} : i_1^{q} \ (R = \text{constant}),$$

waarbij de C-waarden werden berekend volgens de formule van Ganguillet-Kutter bij gelijke waarden van n.

Voor R_1 = 0,60 m en R_2 = 6,00 m werd gevonden:

i	p	
	n = 0,0250	n = 0,0300
0,001 000	0,157	0,174
0,000 500	0,162	0,184
0,000 200	0,179	0,201
0,000 100	0,202	0,226
0,000 050	0,248	0,270

en voor i_1 = 0,000 050 en i_2 = 0,001 000:

R	q	
	n = 0,0250	n = 0,0300
1,0	0	0
3,0	−0,037	−0,037
6,0	−0,044	−0,057

Beyerhaus koos nu als gemiddelden: $p = 0{,}20$ en $q = -0{,}04$, waaruit dan volgt:

$$C = K \cdot R^{0,20} \cdot i^{-0,04} \text{ of } U = K \cdot R^{0,70} \cdot i^{0,46} .$$

Tegen deze afleiding kunnen verschillende bezwaren worden ingebracht.

Zooals uit het voorgaande hoofdstuk blijkt, zijn de exponenten p en q in hooge mate afhankelijk van de gekozen waarden van R_1 en R_2 resp. i_1 en i_2; op grond hiervan zijn de op bovenstaande wijze afgeleide gemiddelden als min of meer willekeurig te beschouwen.

De eenige methode om de onzekerheid te elimineeren, welke het gevolg is van de keuze van de verschillende waarden van R en i en hun onderlinge verhouding, bestaat uit het bepalen van de momentane exponenten. Met behulp van de in het vorige hoofdstuk afgeleide formules (**13**) en (**12**) zijn de momentane exponenten y en z berekend, welke dan in de plaats treden van p en q.

i	y			
	$R = 6{,}00$ m		$R = 0{,}60$ m	
	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$
0,001 000	0,100	0,116	0,221	0,244
0,000 500	0,105	0,121	0,229	0,251
0,000 200	0,119	0,137	0,249	0,272
0,000 100	0,141	0,160	0,277	0,299
0,000 050	0,178	0,199	0,318	0,388

R	z			
	$i = 0{,}001\,000$		$i = 0{,}000\,050$	
	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$
1,0	0	0	0	0
3,0	−0,0075	−0,0079	−0,0783	−0,0775
6,0	−0,0114	−0,0122	−0,1258	−0,1264

Vooral de momentane exponenten z en de exponenten q vertoonen verhoudingsgewijs onderling zeer groote verschillen, hetgeen nog duidelijker aan den dag treedt, indien de grootheden $i^{-0,04}$, i^z en i^q worden becijferd:

R	$0{,}001\,000^{-0,04}$	$0{,}001\,000^q$		$0{,}001\,000^z$	
		$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$
1,0	1,318	1	1	1	1
3,0	1,318	1,291	1,291	1,053	1,056
6,0	1,318	1,355	1,483	1,082	1,088

R	$0{,}000\,050^{-0,04}$	$0{,}000\,050^q$		$0{,}000\,050^z$	
		$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$	$n = 0{,}0250$	$n = 0{,}0300$
1,0	1,486	1	1	1	1
3,0	1,486	1,443	1,443	2,122	2,154
6,0	1,486	1,546	1,759	3,476	3,497

Aan het einde van het vorige hoofdstuk werd aangetoond dat, indien x, y en z de momentane exponenten zijn voor een bepaalde waarde van n, R en i, C *niet* gelijk is aan $\left(\frac{1}{n}\right)^x \cdot R^y \cdot i^z$ en evenmin evenredig met een dezer factoren.

In verband hiermede kan de coëff. C van Ganguillet-Kutter niet evenredig worden gesteld aan $R^{0,20} \cdot i^{-0,04}$, zoodat aan de uitspraak van Beyerhaus, dat er nauwelijks een formule denkbaar is, welke beter aan die van Ganguillet-Kutter aansluit dan zijn formule, niet veel waarde mag worden gehecht.

De formule van Harder.

P. E. Harder ging in zijn „Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen" (1878) uit van de volgende formule van de snelheidsverdeeling in het dwarsprofiel (zie *fig. 13*):

$$U = U_s + \sqrt{c_1 \cdot i \cdot \left(h \cdot z - \frac{1}{2} \cdot z^2\right)} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

waarin: U_s = de snelheid langs den bodem,
c_1 = een constante,
h = de hoogte van het snelste waterdeeltje boven den bodem.

De gemiddelde snelheid over deze hoogte h is nu:

$$U = \frac{1}{h} \cdot \int_0^h U \cdot dz = U_s + \frac{\pi \cdot \sqrt{c_1}}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot h \cdot \sqrt{i} \ldots\ldots (2)$$

Voor de gemiddelde snelheid over de hoogte H, de waterdiepte in het profiel, vervangt Harder h door H:

$$U = U_s + \frac{\pi \cdot \sqrt{c_1}}{4 \cdot \sqrt{2}} \cdot H \cdot \sqrt{i} = U_s + c_2 \cdot H \cdot \sqrt{i} \cdots (3)$$

waarin $c_2 = \frac{\pi \cdot \sqrt{c_1}}{4 \cdot \sqrt{2}}$ = een constante.

Uitgaande van de veronderstelling, dat de weerstand langs den bodem evenredig is met U_S^2, terwijl deze weerstand bij eenparige waterbeweging gelijk is aan de componente van de zwaartekracht $H \cdot i$, komt Harder nu tot de vergelijking:

$$c_3 \cdot U_S^2 = H \cdot i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

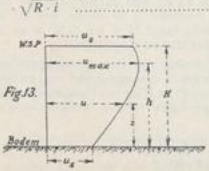
waarin c_3 weer een constante is.

Ingevuld in (3) geeft dit:

$$U = \sqrt{\frac{H \cdot i}{c_3}} + c_2 \cdot H \cdot \sqrt{i} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Wordt nu nog $H = R$ gesteld, dan volgt hieruit:

$$U = c_4 \cdot \sqrt{R \cdot i} + c_2 \cdot R \cdot \sqrt{i} = (c_4 + c_2 \cdot \sqrt{R}) \cdot \sqrt{R \cdot i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$



Uit een aantal meetresultaten leidde Harder af, dat alleen de coëff. c_4 afhankelijk is van de geaardheid van bodem en wanden en $c_3 = 7{,}254$ kan worden gesteld,

zoodat deze formule uiteindelijk wordt:

$$U = (c + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}) \cdot \sqrt{R \cdot i}\ .$$

(Het bovenstaande is ontleend aan „Hydraulik" van Prof. Forchheimer.)

Harder bepaalde de waarde van den gladheidscoëff. c voor de volgende gevallen:

Cat.	Omschrijving	
I	Zeer gladde wanden (cement, geschaafd hout)	$c = 70{,}5$
II	Gladde wanden (planken, baksteen)	$c = 56{,}0$
III	Aarden wanden en wanden van ruw breukstenenmetselwerk	$c = 36{,}27$

Het bepalen van de gemiddelde fout.

De in de voorgaande hoofdstukken besproken 9 formules voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke waterloopen zijn onderling getoetst aan een 345-tal metingen, welke in den loop van de 19de eeuw door een groot aantal onderzoekers werden verricht.

De resultaten dezer metingen zijn door Bazin bijeengebracht in een aanhangsel van de reeds genoemde publicatie „Etude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts" verschenen in de *Annales des Ponts et Chaussées*, Jrg. 1897. Deze metingen zijn verdeeld in 6 groepen, welke zoo goed mogelijk overeenkomen met de door Bazin vastgestelde categorieën:

Cat. I Zeer gladde wanden.
„ II Gladde wanden.
„ III Weinig gladde wanden.
„ IV Zeer regelmatige aarden wanden.
„ V Weinig regelmatige aarden wanden.
„ VI Zeer onregelmatige aarden wanden.

Van deze 345 metingen bewegen de opgemeten grootheden U, R en i zich tusschen de volgende grenzen:

Groep (Categorie)	U	R	i
I	0,771—2,008	0,200—2,195	0,000 110 —0,003 275
II	0,336—1 198	0,152—1,170	0,000 1326—0,000 5810
III	0,491—1,553	0,848—1,561	0,000 0677—0,000 7332
IV	0,271—1,633	0,179—2,426	0,000 150 —0,002 000
V	0,137—2,416	0,512—5,604	0,000 0303—0,001 1360
VI	0,260—4,220	0,077—2,252	0,000 143 —0,017 000

Elke groep bestaat uit een kleiner of grooter aantal reeksen en elke reeks omvat een aantal bij elkander behoorende metingen, soms slechts één meting, verricht in één en denzelfden waterloop. Deze reeksen zijn nu onderverdeeld in series naar de grootte van R, n.l. $< 0{,}5$ m; $0{,}5 - 1{,}0$ m; $1{,}0 - 2{,}0$ m; $2{,}0 - 4{,}0$ m; en $> 4{,}0$ m.

Met de gegeven grootheden U, R en i zijn voor elke meting de coëfficiënten K_G, K_F, K_B en $K_{Ch} = C$ berekend, resp. voorstellende de gladheidscoëfficiënten van Gauckler-Manning, Forchheimer, Beyerhaus en de Chézy. Met behulp van den aldus gevonden coëff. van de Chézy C zijn nu weer voor elke meting de coëfficiënten b, n_G, γ en c becijferd, resp. voorstellende de ruwheidscoëfficiënten van Kutter, Ganguillet-Kutter en Bazin en de gladheidscoëff. van Harder, voor de bepaling waarvan achtereenvolgens werden gebruikt de formules:

$$b = \frac{100 - C}{C} \cdot \sqrt{R}$$

$$n_G = \frac{\sqrt{(C - A)^2 + 4 \cdot B \cdot C} - (C - A)}{2 \cdot B \cdot C}$$

waarin $A = 23 + \frac{0{,}00155}{i}$ en $B = \frac{A}{\sqrt{R}}$

$$\gamma = \frac{87 - C}{C} \cdot \sqrt{R} \quad \text{en} \quad c = C - 7{,}254 \cdot \sqrt{R}$$

De ruwheidscoëff. van Steevensz zou nu moeten worden opgelost uit:

$$G = \frac{1}{n_S} \cdot R^{10 \cdot n_S - 0{,}01}$$

hetgeen slechts probeerenderwijs mogelijk is. Van deze al te tijdroovende werkwijze is echter afgezien; zooals hieronder nader zal worden aangegeven, is n_S bepaald met behulp van γ.

Nadat voor alle metingen de verschillende gladheids- en ruwheidscoëfficiënten, met uitzondering van n_S, waren bepaald, werd voor elke groep het rekenkundig gemiddelde (groepsgemiddelde) vastgesteld. Voor deze coëfficiënten en groepsgemiddelden, deze laatste aangeduid met ′, werden nu de volgende waarden gevonden:

Staat XVIII

Groep	I	II	III	IV	V	VI
Aantal metingen	17	42	10	43	175	58
K_G	75,11 — 103,09	71,34 — 88,37	55,29 — 66,61	37,90 — 52,50	32,26 — 49,50	16,67 — 40,53
K'_G	94,53	79,78	63,12	46,67	41,02	24,47
K_F	73,53 — 108,78	71,74 — 94,09	54,48 — 66,97	39,98 — 54,24	32,77 — 47,78	16,83 — 40,41
K'_F	97,98	81,69	63,35	46,85	39,75	29,86
K_B	51,06 — 86,11	50,19 — 66,78	39,43 — 48,23	29,85 — 39,11	22,81 — 33,13	13,85 — 33,56
K'_B	73,15	57,85	45,54	34,30	28,24	23,82
$K_{Ch} = C$	75,85 — 86,05	60,97 — 76,99	59,55 — 64,80	28,45 — 57,84	27,81 — 61,16	15,46 — 39,72
K'_{Ch}	79,89	71,14	61,98	46,38	48,14	27,78
b	0,120 — 0,281	0,214 — 0,407	0,500 — 0,849	0,762 — 1,421	1,061 — 2,709	1,149 — 4,574
b'	0,159	0,290	0,588	1,105	1,742	2,270
n_G	0,0103 — 0,0140	0,0111 — 0,0142	0,0149 — 0,0180	0,0192 — 0,0243	0,0204 — 0,0314	0,0288 — 0,0765
n'_G	0,0111	0,0126	0,0159	0,0212	0,0252	0,0351
γ	0,016 — 0,076	0,107 — 0,256	0,316 — 0,576	0,583 — 1,043	0,797 — 2,065	0,964 — 3,868
γ'	0,051	0,158	0,387	0,840	1,303	1,865
c	72,60 — 79,71	57,50 — 71,05	50,49 — 58,12	25,38 — 47,32	25,93 — 47,48	9,61 — 33,56
c'	74,97	65,87	55,06	39,03	36,24	21,60

Uit dezen *staat* blijkt, dat de gladheids- en ruwheidscoëfficiënten in de groepen I en II, met uitzondering van K_{Ch}, γ en c, geheel of gedeeltelijk samenvallen, terwijl dit voor de groepen IV, V en VI zonder uitzondering het geval is.

Groepsgewijs hebben nu de volgende bewerkingen plaats gehad.

Ten aanzien van de formules van Kutter, Ganguillet-Kutter, Bazin en Harder zijn met de groepsgemiddelden en de gegeven waarden van R en i (deze laatste grootheid alleen in de formule van Ganguillet-Kutter) voor elke meting de coëfficiënten $\overline{C}_K$, $\overline{C}_{GK}$, $\overline{C}_B$ en $\overline{C}_H$ berekend, waarbij:

$$\overline{C}_K = \frac{100}{1 + \frac{b'}{\sqrt{R}}}, \quad \overline{C}_{GK} = \frac{23 + \frac{1}{n'_G} + \frac{0{,}00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right) \cdot \frac{n'_G}{\sqrt{R}}},$$

$$\overline{C}_B = \frac{87}{1 + \frac{\gamma'}{\sqrt{R}}} \text{ en } \overline{C}_H = c' + 7{,}254 \cdot \sqrt{R}$$

Wat de formule van Steevensz betreft, moest nu nog voor elke meting de coëff.:

$$\overline{C}_S = \frac{1}{n'_S} \cdot R^{10 \cdot n' - 0{,}01}$$

worden bepijferd. Waar echter, zooals hierboven reeds vermeld, de coëfficiënten n_S en daarmede de groepsgemiddelde n'_S niet waren berekend, werd voor C_S een benaderingsformule opgesteld. Tusschen de formule van Steevensz en die van Bazin bestaat voor $R = 1$ m het verband: $\frac{1}{n_S} = \frac{87}{1 + \gamma}$; wordt nu $\frac{1}{n'_S} = \frac{1 + \gamma'}{87}$ gesteld, dan volgt hieruit:

$$\overline{C}_S = \frac{87}{1 + \gamma'} \cdot R^{0{,}115 \cdot \gamma' + 0{,}105}.$$

Voor de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Beyerhaus en de Chézy zijn nu voor elke meting de verschillen D bepaald tusschen de coëfficiënten K_G, K_F, K_B, en K_{Ch} eenerzijds en de coëfficiënten K'_G, K'_F K'_B en K'_{Ch} anderzijds en voor de overige formules de verschillen tusschen de coëfficiënten $\overline{C}_S$, $\overline{C}_K$, $\overline{C}_{GK}$ $\overline{C}_B$ en $\overline{C}_H$ en de coëff. $K_{Ch} = C$, derhalve:

a. Gauckler-Manning $D = K_G - K'_G$
b. Forchheimer $D = K_F - K'_F$
c. Beyerhaus $D = K_B - K'_B$
d. de Chézy $D = C - K'_{Ch}$
e. Steevensz $D = \overline{C}_S - C$
f. Kutter $D = \overline{C}_K - C$
g. Ganguillet-Kutter $D = \overline{C}_{GK} - C$
h. Bazin $D = \overline{C}_B - C$
i. Harder $D = \overline{C}_H - C$

Voor alle formules is de som der algebraïsche verschillen (ΣD) en de som der absolute verschillen (ΣD_{abs}) bepaald.

Voor de onder *a* t/m *d* genoemde formules is uiteraard $\Sigma D = 0$, immers $\Sigma K = \Sigma K'$; voor de overige formules behoeft dit echter met de in eerste instantie berekende groepsgemiddelden niet altijd het geval te zijn. Zoo werd b.v. voor groep IV gevonden

$\gamma' = 0{,}84$, terwijl ΣD minimum bleek te zijn voor $\gamma' = 0{,}82$. De voorwaarde, dat ΣD minimum moet zijn, is noodzakelijk, omdat eerst dan ΣD_{abs} minimum is. Op grond hiervan was het noodig verschillende groepsgemiddelden te herzien, in verband waarmede de correspondeerende coëfficiënten $\bar{C}$ opnieuw moesten worden vastgesteld.

Evenals bij de bewerking van de meetresultaten van Scobey (zie het hfdst. „De formule van Gauckler-Manning) is ook hier het quotient van de som der absolute verschillen en de som der coëfficiënten K resp. C weer te beschouwen als een maat voor de gemiddelde afwijking, welke het gevolg is van het gebruik van elk dezer formules. Uitgedrukt in procenten bedraagt deze gemiddelde afwijking nu:

$$\frac{100 \cdot \Sigma D_{abs}}{\Sigma K} \text{ resp. } \frac{100 \cdot \Sigma D_{abs}}{\Sigma C}.$$

Gevonden werd, uitgedrukt in %:

Staat XIX

Groep	I	II	III	IV	V	VI
Aantal metingen	17	42	10	43	175	58
Gauckler-Manning	9,01	4,32	2,48	6,24	6,06	15,92
Forchheimer	11,18	5,07	2,80	5,41	5,99	15,61
Beyerhaus	14,88	5,07	3,26	5,16	6,70	15,45
de Chézy	3,34	3,72	1,16	14,96	8,91	20,04
Steevensz	8,73	4,45	2,90	5,08	6,38	15,36
Kutter	4,11	3,90	2,71	5,34	6,50	15,88
Ganguillet-Kutter	8,04	4,54	3,29	5,13	6,62	17,40
Bazin	1,43	2,93	2,58	4,58	5,93	15,67
Harder	1,61	2,93	1,52	10,12	6,56	16,89

Om nu één enkel cijfer te verkrijgen, dat voor deze 345 metingen voor elk der formules de gemiddelde afwijking aangeeft, is aan elke groep een gewicht toegekend, dat in getalwaarde gelijk is aan het aantal metingen, waaruit elke groep bestaat. Deze gemiddelde afwijking bedraagt dan in %:

Staat XX

Gauckler-Manning	7,57
Forchheimer	7,59
Beyerhaus	8,08
de Chézy	10,40
Steevensz	7,51
Kutter	7,39
Ganguillet-Kutter	7,97
Bazin	6,72
Harder	7,91

Zooals reeds vermeld, bestaat elke groep uit een aantal series. De coëfficiënten K_G, K_F, K_B, K_{Ch}, $\bar{C}_S$, $\bar{C}_K$, $\bar{C}_{GK}$, $\bar{C}_B$ en $\bar{C}_H$ van elke serie worden nu voorgesteld door het rekenkundig gemiddelde van deze coëfficiënten uit de metingen, welke tezamen de serie vormen, terwijl de coëfficiënten K'_G, K'_F, K'_B en K'_{Ch} weer de groepsgemiddelden, d.w.z de gemiddelde waarden der seriegemiddelden, voorstellen.

Op geheel overeenkomstige wijze is nu wederom voor elke formule groepsgewijs de som ΣD_{abs} bepaald en met behulp hiervan de gemiddelde afwijking berekend, welke in % uitgedrukt bedraagt:

Staat XIX

Groep	I	II	III	IV	V	VI
Aantal series	4	8	2	11	50	15
Gauckler-Manning	9,29	4,73	7,29	4,53	5,50	10,06
Forchheimer	11,33	5,64	8,30	4,43	5,15	9,22
Beyerhaus	14,96	5,26	7,92	3,83	5,85	10,02
de Chézy	2,65	3,94	2,22	12,73	10,21	17,88
Steevensz	7,98	4,10	7,02	4,10	5,64	8,35
Kutter	4,23	3,99	7,91	4,83	5,97	9,50
Ganguillet-Kutter	7,62	5,13	7,02	4,09	6,03	11,74
Bazin	1,44	3,17	6,47	4,06	5,15	8,84
Harder	2,52	2,86	4,17	8,89	6,63	13,00

Voor deze 90 series bedraagt nu de gemiddelde afwijking, uitgedrukt in %, voor elk dezer formules, indien aan elke groep een gewicht wordt toegekend, dat in getalwaarde gelijk is aan het aantal series, waaruit de groepen bestaan:

Staat XXII

Gauckler-Manning	6,28
Forchheimer	6,13
Beyerhaus	6,70
de Chézy	10,73
Steevensz	5,90
Kutter	6,21
Ganguillet-Kutter	6,76
Bazin	5,32
Harder	7,40

Als gemiddelde fout is nu aangenomen de gemiddelde waarde van de beide hierboven becijferde afwijkingen; deze bedraagt dan voor elk der formules, uitgedrukt in %:

Staat XXIII

	gemid. fout	verh.-getal
Gauckler-Manning	6,93	1,15
Forchheimer	6,86	1,14
Beyerhaus	7,39	1,23
de Chézy	10,57	1,76
Steevensz	6,71	1,11
Kutter	6,80	1,13
Ganguillet-Kutter	7,37	1,22
Bazin	6,02	1,00
Harder	7,66	1,27

Hierbij dient te worden aangeteekend, dat het voor de formule van Steevensz gevonden cijfer geldt voor de oorspronkelijke formule:

$$U = \frac{1}{n_S} \cdot R^{10 \cdot n_S + 0{,}49} \cdot \beta^{1/2},$$

doch geen uitsluitsel geeft omtrent de daaruit afgeleide formules, waarop de nomogrammen in het „*Album van Steevensz*" zijn gebaseerd.

Conclusie.

De hiervoor gevonden cijfers voor de gemiddelde fout bij elk der formules zijn slechts van betrekkelijke waarde, omdat:

1e) zij hebben slechts betrekking op de geraadpleegde metingen, waarvan de betrouwbaarheid niet kan worden nagegaan; vooral het verhang vormt, zooals reeds in een der eerste hoofdstukken werd aangetoond, een zwak punt, terwijl het meten van de stroomsnelheid en het daaruit berekenen van de gemiddelde snelheid met formules betreffende de snelheidsverdeeling in het profiel eveneens ruimte laat voor meer of minder aanzienlijke fouten;

2e) het is niet uitgesloten, dat bij een eenigszins gewijzigde verdeeling der reeksen over de 6 groepen voor verschillende formules iets gunstiger cijfers zouden zijn gevonden.

Ondanks de beperkingen ten aanzien van de waardeering der gevonden cijfers, mag de conclusie worden getrokken, dat de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Steevensz, Kutter en Bazin zich beter leenen voor de berekening van kunstmatige en natuurlijke vaterloopen dan de overige formules, van welke laatste, zooals te verwachten was, de formule van de Chézy voor het gestelde doel niet aanvaardbaar wordt geacht.

Van de beide hierboven genoemde beperkingen geldt de eerste voor alle formules in gelijke mate, de tweede echter niet. In verband hiermede werd aan de hand van staat III, waarin voor de 6 groepen (categorieën) de grenswaarden der gladheids- en ruwheidscoëfficiënten zijn aangegeven, nagegaan, hoeveel metingen in werkelijkheid tot de groepen behooren, waaronder zij zijn gerangschikt:

Groep	I	II	III	IV	V	VI	Totaal
Aantal metingen	17	42	10	43	175	58	345
Gauckler-Manning...	14	14	9	37	119	47	240
Forchheimer	14	11	9	38	124	47	243
Beyerhaus...	14	14	10	41	128	38	245
de Chézy.....	9	36	10	16	124	48	243
Steevensz...	niet bepaald						
Kutter.....	16	21	9	37	120	40	243
Ganguillet-Kutter.....	14	13	9	39	106	46	227
Bazin.....	17	40	10	41	123	42	273
Harder.....	17	41	10	29	51	43	191

Uit dezen staat blijkt, dat voor de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Kutter en Bazin met uitzondering van groep II het aantal metingen gerangschikt in de groepen, waartoe zij behooren, niet ver uitteenloopt, waaruit mag worden afgeleid, dat deze 4 formules zeer goed onderling kunnen worden vergeleken.

Met buiten beschouwing laten van groep II zijn nu opnieuw de beide gemiddelde afwijkingen en de gemiddelde fout, benevens de verhoudingsgetallen bepaald.

Staat XXIV

	gemid. afw. in %	gemid. afw. in %	gemid. fout in %	verh.-getal
Gauckler-Manning.....	7,95	6,43	7,19	1,13
Forchheimer.....	7,94	6,18	7,06	1,10
Steevensz.....	7,93	6,08	7,01	1,10
Kutter.....	7,87	6,43	7,15	1,12
Bazin.....	7,24	5,53	6,39	1,00

Mag met de geraadpleegde metingen als basis een nadere conclusie worden getrokken, dan is het deze, dat de formule van Bazin als een der meest betrouwbare formules moet worden beschouwd, althans in betrouwbaarheid niet achterstaat bij de formules van Gauckler-Manning, Forchheimer, Steevensz en Kutter.

Aanhangsel.

Staat A

Serie	Waarneming				Gauckler-Manning				Bazin			
		R	C	n_G	n	C_{M-G}	$\frac{-}{\text{t.o.v.}C}$	$\frac{+}{}$	γ	C_B	$\frac{-}{\text{t.o.v.}C}$	$\frac{+}{}$
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
49	1	0,048	47,7	0,0116	0,0125	48,9		1,2	0,180	52,1		4,4
	2	0,054	48,7	0,0119	0,0125	49,9		1,2	0,183	53,3		4,6
	3	0,063	49,6	0,0118	0,0126	51,2		1,6	0,189	54,9		5,3
	4	0,067	49,7	0,0120	0,0127	51,8		2,1	0,194	55,5		5,8
	5	0,068	50,3	0,0119	0,0126	51,9		1,6	0,190	55,6		5,3
50	6	0,158	64,1	0,0116	0,0114	59,9	4,2		0,142	63,5	0,6	
51	7	0,224	54,6	0,0142	0,0142	63,6		9,0	0,281	66,4		11,8
52	8	0,189	64,4	0,0121	0,0117	61,8	2,6		0,153	65,0		0,6
	9	0,250	65,3	0,0124	0,0121	64,8	0,5		0,166	67,2		1,9
	10	0,258	69,1	0,0119	0,0115	65,1	4,0		0,132	67,5	1,6	
	11	0,274	66,9	0,0123	0,0120	65,8	1,1		0,157	67,9		1,0
	12	0,276	67,5	0,0123	0,0119	65,9	1,6		0,152	68,0		0,5
53	13	0,256	54,7	0,0145	0,0145	65,0		10,3	0,299	67,4		12,7
	14	0,256	57,5	0,0138	0,0138	65,0		7,5	0,260	67,4		9,9

Staat A (*vervolg*).

Serie	Waarnemingen				Gauckler-Manning				Bazin			
		R	C	n_G	n	C_{M-G}	$\frac{-}{\text{t.o.v.}C}$	$\frac{+}{}$	γ	C_B	$\frac{-}{\text{t.o.v.}C}$	$\frac{+}{}$
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
54	15	0,131	62,1	0,0155	0,0114	58,0	4,1		0,145	61,9	0,2	
	16	0,206	65,9	0,0118	0,0116	62,7	3,2		0,145	65,7	0,2	
	17	0,258	70,9	0,0118	0,0112	65,1	5,8		0,115	67,5	3,4	
	18	0,300	72,8	0,0116	0,0112	66,8	6,0		0,107	68,6	4,2	
	19	0,267	78,3	0,0106	0,0102	65,5	12,8		0,057	67,7	10,6	
55	20	0,128	58,3	0,0121	0,0121	57,8	0,5		0,176	61,7		3,4
	21	0,196	67,1	0,0116	0,0113	62,1	5,0		0,131	65,3	1,8	
	22	0,253	72,0	0,0110	0,0110	64,9	7,1		0,105	67,3	4,7	
	23	0,295	75,2	0,0113	0,0108	66,6	8,6		0,085	68,5	6,7	
	24	0,348	74,6	0,0117	0,0112	68,5	6,1		0,098	69,6	5,0	
56	25	0,211	63,4	0,0124	0,0121	62,9	0,5		0,171	65,9		2,5
	26	0,216	71,4	0,0110	0,0108	63,2	8,2		0,102	66,1	5,3	
	27	0,257	78,6	0,0106	0,0101	65,1	13,5		0,054	67,4	11,2	
57	28	0,279	81,3	0,0104	0,0099	66,0	15,3		0,037	68,1	13,2	
	29	0,292	80,3	0,0105	0,0101	66,5	13,8		0,045	68,4	11,9	
58	30	0,399	67,9	0,0128	0,0126	70,1		2,2	0,178	70,6		2,7
59	31	0,417	77,6	0,0113	0,0111	70,6	7,0		0,078	70,9	6,7	
60	32	0,249	74,5	0,0111	0,0106	64,7	9,8		0,084	67,2	7,3	
	33	0,253	74,7	0,0100	0,0106	64,9	9,8		0,083	67,3	7,4	
61	34	0,374	69,3	0,0123	0,0122	69,3			0,156	70,1		0,8
	35	0,448	69,8	0,0125	0,0125	71,5		1,7	0,165	71,3		1,5
	36	0,448	70,9	0,0123	0,0123	71,5		0,6	0,152	71,3		0,4
	37	0,454	74,7	0,0117	0,0117	71,7	3,0		0,111	71,4	3,3	
	38	0,456	71,1	0,0124	0,0123	71,7		0,6	0,151	71,4		0,3
	39	0,457	71,8	0,0123	0,0122	71,8			0,143	71,5	0,3	
	40	0,472	71,6	0,0124	0,0123	72,1		0,5	0,148	71,7		0,1
	41	0,487	71,4	0,0125	0,0124	72,5		1,1	0,153	71,9		0,5
	42	0,490	72,0	0,0125	0,0123	72,6		0,6	0,146	71,9	0,1	
	43	0,491	71,5	0,0125	0,0124	72,6		1,1	0,152	71,9		0,4
	44	0,494	72,1	0,0124	0,0123	72,7		0,6	0,145	71,9	0,2	
	45	0,496	72,2	0,0124	0,0123	72,8		0,6	0,144	72,0	0,2	
	46	0,530	70,1	0,0129	0,0128	73,6		3,5	0,175	72,4		2,3
63	47	0,567	80,4	0,0114	0,0113	74,4	6,0		0,081	72,8	7,6	
	48	0,624	81,0	0,0114	0,0114	75,6	5,4		0,059	73,3	7,7	
	49	0,643	85,1	0,0111	0,0109	76,0	9,1		0,018	73,5	11,6	
65	50	0,189	62,7	0,0122	0,0125	64,2		1,5	0,169	66,9		4,2
	51	0,283	69,0	0,0117	0,0117	66,1	2,9		0,139	68,2	0,8	
	52	0,368	74,0	0,0116	0,0114	69,2	4,8		0,107	70,0	4,0	
	53	0,429	77,3	0,0115	0,0112	71,0	6,3		0,082	71,1	6,2	
	54	0,558	77,4	0,0117	0,0117	74,2	3,2		0,093	72,7	4,7	
	55	0,610	80,0	0,0116	0,0115	75,4	4,6		0,068	73,2	6,8	
	56	0,704	83,4	0,0115	0,0113	77,2	6,2		0,036	74,0	9,4	
66	57	0,390	68,2	0,0126	0,0125	69,8		1,6	0,172	70,4		2,2
	58	0,475	69,9	0,0127	0,0126	72,2		2,3	0,169	71,7		1,8
	59	0,537	69,7	0,0129	0,0129	73,7		4,0	0,182	72,5		2,8
	60	0,540	72,0	0,0126	0,0125	73,8		1,8	0,153	72,5		0,5
67	61	0,341	67,7	0,0124	0,0123	68,3		0,6	0,166	69,5		1,8
	62	0,489	67,1	0,0132	0,0132	72,6		5,5	0,207	71,9		4,8
	63	0,595	68,3	0,0133	0,0134	75,0		6,7	0,211	73,1		4,8
	64	0,649	68,3	0,0136	0,0136	76,2		7,9	0,221	73,6		5,3
68	65	0,210	58,1	0,0129	0,0132	62,9		4,8	0,228	65,9		7,8
	66	0,292	61,0	0,0131	0,0133	66,5		5,5	0,230	68,4		7,4
	67	0,362	62,8	0,0132	0,0134	69,0		6,2	0,232	69,9		7,1
	68	0,423	65,0	0,0133	0,0138	70,8		5,8	0,220	71,0		6,0
	69	0,469	67,6	0,0130	0,0130	72,1		4,5	0,196	71,6		4,0
69	70	0,469	58,2	0,0149	0,0151	72,1		13,9	0,338	71,6		13,4
	71	0,503	60,1	0,0147	0,0148	72,9		12,8	0,317	72,1		12,0

Staat A *(vervolg)*.

Serie	Waarnemingen	R	C	n_G	Gauckler-Manning n	$C_{M.G}$	— + t.o.v. C		Bazin γ	C_B	— + t.o.v. C.	
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*g*	*h*	*i*	*j*	*k*	*l*	*m*
70	72	0,409	55,8	0,0151	0,0154	70,4		14,6	0,358	70,7		14,9
	73	0,458	56,5	0,0152	0,0155	71,8		15,3	0,365	71,5		15,0
	74	0,501	57,7	0,0152	0,0154	72,9		15,2	0,359	72,0		14,3
71	75	0,914	80,1	0,0123	0,0123	80,7		0,6	0,082	75,4	4,7	
	76	1,03	83,1	0,0121	0,0121	82,4	0,7		0,048	76,0	7,1	
	77	0,884	79,6	0,0123	0,0123	80,3		0,7	0,087	75,2	4,4	
	78	1,00	81,3	0,0123	0,0123	82,0		0,7	0,070	75,8	5,5	
	79	1,15	83,3	0,0122	0,0123	83,9		0,6	0,048	76,5	6,8	
	80	1,15	81,3	0,0125	0,0126	83,9		2,6	0,075	76,5	4,8	
	81	1,28	84,1	0,0123	0,0124	85,5		1,4	0,039	77,0	7,1	
	82	1,29	82,3	0,0125	0,0126	85,6		3,3	0,065	77,0	5,3	
	83	1,35	87,7	0,0120	0,0120	86,3	1,4		−0,009	77,2	10,5	
	84	1,37	84,4	0,0125	0,0125	86,5		2,1	0,306	77,3	7,1	
			5 857,0		1,0296	5 842,4	204,7	192,1	12,332	5 837,6	228,2	208,8

Staat B

Serie	C'	Gauckler-Manning $C'_{G.M}$	— + t.o.v. C'		Bazin C'_B	— + t.o.v. C'	
49	49,2	50,7		1,5	54,3		5,1
50	64,1	59,9	4,2		63,5	0,6	
51	54,6	63,6		9,0	66,4		11,8
52	66,6	64,7	1,9		67,1		0,5
53	56,1	65,0		8,9	67,4		11,3
54	70,0	63,6	6,4		66,3	3,7	
55	69,4	64,0	5,4		66,5	2,9	
56	75,0	64,7	10,3		67,2	7,8	
58	67,9	70,1		2,2	70,6		2,7
59	77,6	70,6	7,0		70,9	6,7	
60	74,6	64,8	9,8		67,3	7,3	
61	71,4	72,1		0,7	71,6		0,2
63	82,2	75,3	6,9		73,2	9,0	
65	74,8	71,0	3,8		70,9	3,9	
66	70,0	72,4		2,4	71,8		1,8
67	67,9	73,0		5,1	72,0		4,1
68	62,9	68,3		5,4	69,4		6,5
69	59,2	72,5		13,3	71,8		12,6
70	56,7	71,7		15,0	71,4		14,7
71	82,7	83,7		1,0	76,4	6,3	
	1 352,9	1 361,7	55,7	64,5	1 376,0	48,2	71,3

Literatuur.

1804. R. de Prony, Recherches physico-mathématiques sur la théorie des eaux courantes.
1806. L. G. Dubuat, Principes d'hydraulique.
1822. J. A. Eytelwein, Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik, (2. Aufl.)
1845. J. W. Lahmeyer, Erfahrungsresultate über die Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.
1851. de Saint-Venant, Formules et tables nouvelles pour la solution des problèmes relatifs aux eaux courantes.
1861. A. A. Humphreys and H. L. Abbot, Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi River.
1865. H. Darcy et H. Bazin, Recherches hydrauliques, le partie, Recherches expérimentales sur l'écoulement de l'eau dans les canaux découverts.
1867. H. Grebenau, Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.
1868. Ph. Gauckler, *Annales des Ponts et Chaussées* „Notice sur le mouvement de l'eau dans les conduites".
1869. E. Ganguillet und W. R. Kutter, *Zeitschrift des Oesterreichischen Ingenieur und Architekten Vereines*, „Neue allgemeine Formel für die Bewegung des Wassers".
1870. W. R. Kutter, *Allgemeine Bauzeitung*, „Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Kanälen und regelmässigen Flussstrecken".
1871. H. Bazin, *Annales des Ponts et Chaussées*, „Etude comparative des formules nouvellement proposées pour calculer le débit des canaux découverts".
1876. G. H. L. Hagen, Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers.
1877. J. Boussinesq, Essai sur la théorie des eaux courantes.
1878. P. E. Harder, Die Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Kanälen.
1890. R. Manning, On the flow of water in open channels and pipes.
1897. H. Bazin, *Annales des Ponts et Chaussées*, „Etude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux découverts".
1900. A. Flamant, Hydraulique. (sec. éd.)
1916. ir. J. M. Steevensz, *De Waterstaats-Ingenieur* No. 2, „Over snelheden, waterdiepten en verhangen in kanalen met 10 m bodembreedte", Idem No. 6, „Over snelheden, debieten en verhangen in leidingen en rivieren".
1918. ir. J. M. Steevensz, *De Waterstaats-Ingenieur* Nos. 5 en 6, „Nieuwe formules en grafieken voor het berekenen van open leidingen met regelmatige aarden wanden".
1920. W. Hauber, Hydraulik. (2. Aufl.)
1921. E. Beyerhaus, *Zentralblatt der Bauverwaltung* No. 27, „Die Trugschlüsse aus den Mississippi-Messungen von Humphreys und Abbot und der fehlerhafte Bau der Ganguillet-Kutterschen Formel".
1921. E. Beyerhaus, *Der Bauingenieur* Nos. 18 en 19, „Geschwindigkeits-formeln für Wasserläufe und massgebendes Gefälle, Mängel der Ganguillet-Kutterschen Formel und Darlegung eines geeigneten Ersatzes".
1922. Ph. Forchheimer, *Die Wasserkraft* No. 7, „Scobey's Untersuchung über den Durchfluss durch Betongerinne".
1923. Dr. A. Strickler, *Mitteilungen des Amtes für Wasserwirtschaft* No. 6, „Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauhigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen".

1923. Ph. Forchheimer, *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*, „Der Durchfluss des Wassers durch Werkgräben und Gerinnen".

1924. Ir. C. G. J. Vreedenburgh, *De Waterstaats-Ingenieur* No. 9, „Beschouwingen over de exponentieele formule van Gauckler-Manning voor de berekening van buisleidingen en open kanalen".

1930. Ph. Forchheimer, Hydraulik. (3. Aufl.)

1931. ir. A. L. Verwoerd, *De Waterstaats-Ingenieur* No. 9, „Een eenvoudige berekeningswijze voor leidingen en waterloopen".

1932. ir. A. G. Beckeringh van Loenen, *De Waterstaats-Ingenieur* No. 10, „Bereken'ng van tertiaire leidingen".

1934. ir. G. Meesters, *De Ingenieur in Nederlandsch-Indië* No. 4, „De snelheidscoëfficiënt in de formules van Bazin, Strickler en Ganguillet-Kutter voor de berekening van open leidingen".

VARIA.

Stabiliteit van kanalen.

Onder den titel „Stable channels in erodible material" is in de *Proceedings of the American Society of Civil Engineers* van November 1935 een artikel verschenen van de hand van prof. E. W. Lane, dat handelt over het ten behoeve van het ontwerp van het All-American-kanaal ingesteld onderzoek naar de stabiliteit van kanaalprofielen. De uit verschillende bronnen daarover bekende gegevens, welke dikwijls met elkaar in strijd zijn, waren m.h.o. op de zeer ongewone omstandigheden voor dit kanaal niet zonder meer bruikbaar. De beschikbare gegevens werden daarom geanalyseerd, waardoor een inzicht werd verkregen in de verschillende factoren, welke van invloed zijn op de stabiliteit, alsmede in hun onderling verband.

Daar het vraagstuk, dat de keuze van den meest gewenschten profielvorm biedt, ook voor de irrigatiepractijk h.t.l. van veel belang is, moge aan genoemd artikel het volgende worden ontleend.

Inleiding.

Voor de stabiliteit van een kanaalprofiel wordt vereischt, dat de taluds niet afschuiven en voorts, dat de bodem en taluds niet aan opslibbing of uitschuring onderhevig zijn.

Hieronder zal slechts het vraagstuk, dat de opslibbing en uitschuring van kanalen biedt, behandeld worden, terwijl de afschuiving der taluds niet nader in beschouwing zal worden genomen, daar men voor de verschillende grondsoorten reeds betrekkelijk goed op de hoogte is van de m.h.o. op het afschuivingsgevaar toe te laten taludhellingen.

Om aanslibbing of uitschuring te voorkomen, moet de snelheid eenerzijds voldoende zijn om al het in het kanaal aangevoerde materiaal in beweging te houden en anderzijds niet zoo groot zijn, dat gronddeeltjes van bodem en taluds losraken en worden meegevoerd. Aantasting behoeft niet verwacht te worden, indien de snelheid niet grooter wordt genomen dan vereischt wordt om aanslibbing te voorkomen. In hoeverre men deze minimum snelheid kan opvoeren, voordat uitschuring zal plaats hebben, hangt af van de grondsoort.

Uit een practisch oogpunt is een geringe aanslibbing op de taluds niet nadeelig, in verband waarmede bovenstaande eischen in zooverre beperkt kunnen worden, dat geen aantasting en geen *belangrijke* aanslibbing plaats vinden.

Bij de taluds wordt het los raken der gronddeeltjes door den waterstroom nog in de hand gewerkt door de zwaartekracht. Daardoor zal aantasting van de taluds reeds plaats hebben bij een snelheid, welke kleiner is dan de snelheid, waarbij bodemaantasting optreedt.

De verhouding tusschen de snelheden langs den bodem en langs de taluds hangt af van de verhouding tusschen bodembreedte en waterdiepte. Hoe grooter laatstgenoemde verhouding is, hoe grooter ook de verhouding zal zijn tusschen de snelheden langs bodem en taluds. Voor de stabiliteit van een kanaalprofiel wordt nu vereischt, dat bodembreedte en waterdiepte zoodanig worden gekozen, dat daarbij de juiste verhouding tusschen bodem- en wandsnelheid wordt verkregen.

Wanneer in vergelijking met de langs de taluds toelaatbare snelheid een groote bodemsnelheid vereischt is, moet de verhouding tusschen bodembreedte en waterdiepte ook groot gekozen worden. Zoo zal b.v. voor kanalen met een zwaar materiaaltransport langs den bodem (grind, grof zand) een relatief groote bodemsnelheid noodig zijn.

In het ondervolgende zal getracht worden de grondbeginselen aan te geven, waarvan bij de keuze van snelheid en kanaalprofiel dient te worden uitgegaan.

Het All-American-kanaal.

Dit kanaal, dat zijn water zal ontleenen aan de beneden Colorado-rivier, is ontworpen voor de bevloeiing van de Imperial- en Coachella-valleien en dient, voor wat eerstgenoemd gebied betreft, ter vervanging van een ten deele in de republiek Mexico gelegen hoofdkanaal, waarvan de exploitatie groote moeilijkheden opleverde in verband zoowel met de internationale administratie van het kanaal als met de daarin ondervonden sterke opslibbingen.

De Colorado-rivier is zeer slibhoudend; de afvoer varieert van 2 500 tot 190 000 cu ft per sec (ca. 70 tot 5 400 m^3/sec), terwijl het slibgehalte (in suspensie) bij den inlaat gemiddeld 0,9 gewichtsprocenten bedraagt en bij tijden kan stijgen tot 5,4%. Het gesuspendeerd slib is zeer fijn; de diameter van het slib langs den bodem bedraagt gemiddeld 0,1 mm. Het rivierverhang bedraagt bij benadering 1,2 ft per mijl. Dit sterk slibhoudend water heeft, zooals reeds is opgemerkt, bij de exploitatie van het bestaande kanalenstelsel groote moeilijkheden veroorzaakt; de kosten voor opruiming van opslibbing e.d. kunnen geraamd worden op ca. 1 400 000 dollar per jaar.

Voordat het All-American-kanaal zal zijn voltooid,